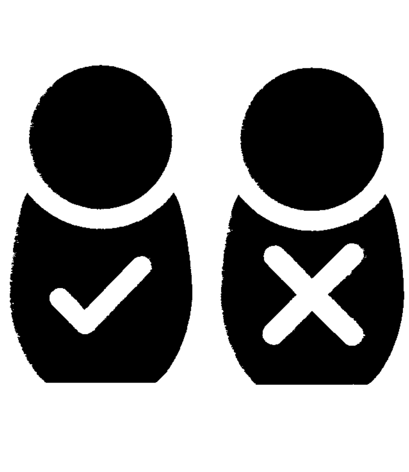
B

Fakulta riadenia a informatiky
Žilinskej univerzity

Prijímacia skúška

jún 2008



Poznámka k úlohám o funkciách: Ak nie je uvedené inak, je definičným oborom funkcie množina všetkých reálnych čísel, pre ktoré výraz definujúci funkciu má zmysel.

01

O koľko percent je dvojnásobok kladného čísla *m* väčší ako polovica čísla *m*?

A) O 200 %.

B) O 300 %.

C) O 400 %.

D) Závisí to od čísla *m*.

02

Ktorú z uvedených rovníc treba pridať k rovnici $5x+y=2$, aby vznikla sústava rovníc, ktorá nemá žiadne reálne riešenie?

A) $5y+x=4$

B) $5y+x=2$

C) $10x+2y=4$

D) $10x+2y=2$

03

Nech $a, b \in R^+$. Označme K množinu všetkých reálnych riešení nerovnice $ax^2 \le b$. Označme L množinu všetkých reálnych riešení nerovnice $ax^2 \ge b$. Koľko spoločných prvkov majú množiny K a L?

A) Ani jeden.

B) Jeden.

C) Dva.

D) Nekonečne veľa.

04

Označme P množinu všetkých $x \in R$, pre ktoré nadobúda funkcia $f: y = x^2 - 2x - 15$ záporné hodnoty. Potom

A) $P = (-\infty; -5) \cup (3; \infty)$.

B) $P = (-\infty; -3) \cup (5; \infty)$.

C) $P = (-5; 3)$.

D) $P = (-3; 5)$.

05

Približne aký obvod má štvorec, ktorého strana je o 2 kratšia ako jeho uhlopriečka?

A) 22,1

B) 19,3

C) 16,6

D) 12,8

06

Rovnica $\frac{3^x}{9} = \frac{9^x}{3}$ má v množine reálnych čísel jediný koreň, ktorý leží v intervale

A) $(-5; -3)$.

B) $(-3; 0)$.

C) $(0; 3)$.

D) $(3; 5)$.

07

Koľko spoločných bodov má graf funkcie

$y = 2 + \frac{1}{x-5}$ s priamkou $y = x + 7$?

A) Ani jeden.

B) Jeden.

C) Dva.

D) Štyri.

08

$64\log_4 16 - 4\log_4 8 =$

A) $244\log_4 2$

B) $16\log_4 2$

C) $256\log_4 8$

D) $124\log_4 8$

09

Pre reálne čísla p, q platí $p + q < 0$ a $(pq)^2 < pq$. Ktorý z uvedených intervalov môže obsahovať obe čísla p, q?

A) $(-\infty; -1)$

B) $(-1; 0)$

C) $(0; 1)$

D) $(1; \infty)$

10

Koľko koreňov má rovnica $\cos 2x = -1$ na intervale $\langle 0; 8\pi \rangle$?

A) 2

B) 4

C) 8

D) 16

11

Označme P množinu všetkých riešení rovnice

$\frac{x^2 - 1}{|x^2 - 1|} = 1$. Potom

A) $P = (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$.

B) $P = (-1; 1)$.

C) $P = (1; \infty)$.

D) $P = (-\infty; -1)$.

12

Ak pre členy istej geometrickej postupnosti platí $a_5 = 5!$, $a_6 = 6!$, potom

A) $a_4 = 24$.

B) $a_4 = 20$.

C) $a_4 = 12$.

D) $a_4 = 6$.

13

Aritmetický priemer prvých piatich členov aritmetickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je -1. Ktoré z nasledujúcich tvrdení o tejto postupnosti je určite pravdivé?

A) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 > 0$

B) $a_1 + a_4 > 0$

C) $a_1 < 0$

D) $a_3 < 0$

14

Postupnosť $\left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$ je

A) rastúca a ohraničená.

B) rastúca a neohraničená.

C) klesajúca a ohraničená.

D) klesajúca a neohraničená.

15

Grafom ktorej z uvedených funkcií je parabola s vrcholom v bode $V[v_1; 0]$, kde $v_1 > 0$?

A) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4$

B) $y = 4x^2 - \frac{1}{2}$

C) $y = \frac{1}{2}(x-4)^2$

D) $y = 4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

16

O istej funkcii *f* vieme, že je definovaná pre všetky reálne čísla a že k nej existuje inverzná funkcia f^{-1}. Ktorým z uvedených predpisov by mohla byť definovaná funkcia *f*?

A) $y = 4 + \sqrt{x}$

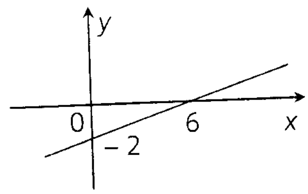
B) $y = |2 - x|$

C) $y = \left(\frac{1}{x}\right)^2$

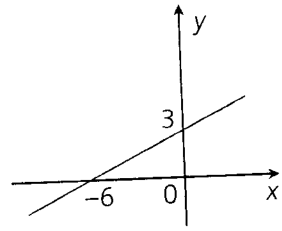
D) $y = (x-5)^3$

17

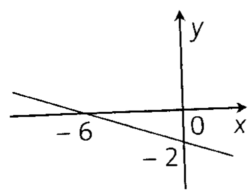
Na ktorom z obrázkov je znázornený graf funkcie f^{-1} inverznej k funkcii $f: y = -2x + 6$?



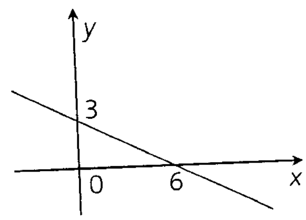
A)



B)



C)



D)

18

Na množine $R - \{4\}$ je daná funkcia $g: y = \frac{x-4}{(x-4)^2}$.

Označme M množinu všetkých x, pre ktoré platí $g(x) \geq 0$. Potom

A) $M = (0; 4) \cup (4; \infty)$.

B) $M = (-\infty; 4)$.

C) $M = (4; \infty)$.

D) $M = \langle 0; \infty)$.

19

Aká je najmenšia perióda funkcie $y = 2\sin\frac{x}{2}$?

A) 8π

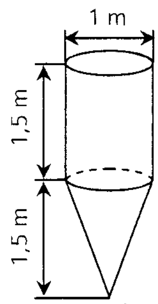
B) 4π

C) π

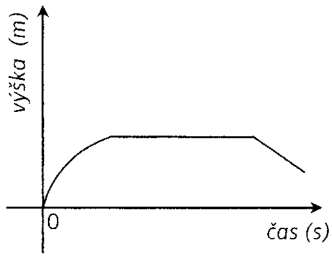
D) $\frac{\pi}{2}$

20

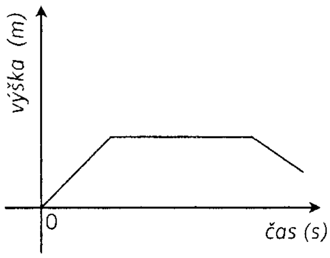
Na obrázku 1 sú rozmery a tvar nádrže na vodu. Na začiatku je nádrž prázdna. Potom do nej začne pritekať voda rýchlosťou 1 liter za sekundu. Na ktorom z nasledujúcich grafov je znázornená závislosť výšky vody v nádrži od času?



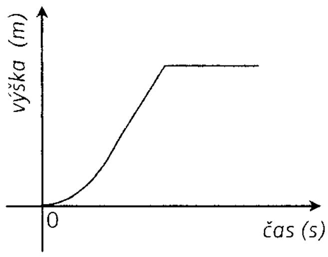
obr. 1



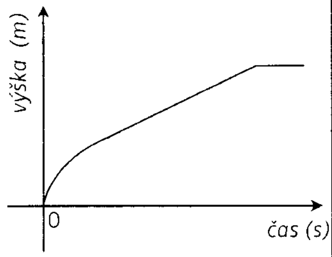
A)



B)



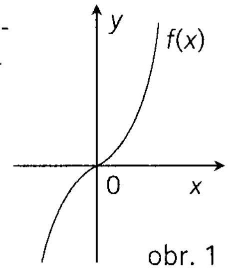
C)



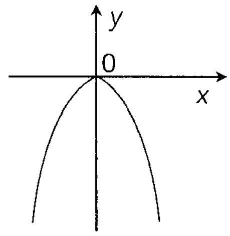
D)

21

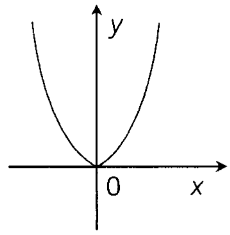
Na obrázku 1 je časť grafu funkcie $y = f(x)$. Na ktorom z nasledujúcich obrázkov je časť grafu funkcie $y = -|f(x)|$?



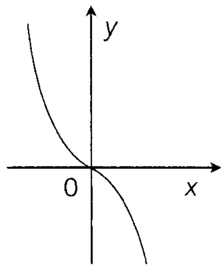
obr. 1



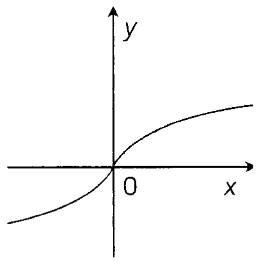
A)



B)



C)



D)

22

Pre ktorú z uvedených funkcií platí nerovnosť $h(2008) < h(2009)$?

A) $h: y = -\log_7(x + 0{,}6)$

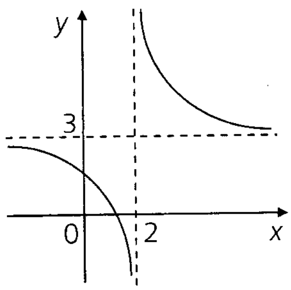
B) $h: y = \log_{0{,}6}(x - 7)$

C) $h: y = -7\log_{\frac{1}{6}} x$

D) $h: y = 6\log_{\frac{1}{7}} x$

23

Na obrázku je časť grafu funkcie



A) $y=-3+\frac{1}{x-2}$.

B) $y=3+\frac{1}{x-2}$.

C) $y=-3+\frac{1}{x+2}$.

D) $y=3+\frac{1}{x+2}$.

24

Pre ktorú z uvedených funkcií platí $D(f)=R-\{0\}$ a $H(f)=(0;\infty)$?

A) $f: y=-x^{100}$

B) $f: y=-x^{101}$

C) $f: y=x^{-102}$

D) $f: y=x^{-103}$

25

Pre dve neprázdne množiny A, B platí: $A \cup B$ má 16 prvkov, $A \cap B$ má 11 prvkov a množina $A-B$ je prázdna. Koľko prvkov má množina $B-A$?

A) 16

B) 11

C) 6

D) 5

26

Tomáš povedal: „*Ferovo tvrdenie, že mi telefonoval aspoň dvakrát, je nepravdivé.*" Ak Tomáš hovorí pravdu, z jeho výpovede vyplýva, že mu Fero

A) telefonoval najviac raz.

B) telefonoval najviac dvakrát.

C) telefonoval práve dvakrát.

D) vôbec netelefonoval.

27

V ktorom z uvedených prípadov je číslo $m.2^n$ štvorcom, t. j. druhou mocninou prirodzeného čísla?

A) $m=16$, $n=1111$

B) $m=27$, n je ľubovoľný štvorec

C) $m=49$, n je ľubovoľné párne číslo

D) m je ľubovoľný štvorec, n je ľubovoľné nepárne číslo

28

Budeme hovoriť, že prirodzené číslo je *pozoruhodné*, ak je päťciferné a každú z číslic 1, 2, 3, 4, 5 obsahuje práve raz. Koľko pozoruhodných čísel je deliteľných pätnástimi?

A) 120

B) 60

C) 30

D) 24

29

Kúzelník vyzval počas predstavenia diváka: „*Napíšte na lístok nejaké prirodzené číslo. Ale pozor: ak bude párne, nech je štvorciferné, a ak bude nepárne, nech končí sedmičkou.*"

Divák napísal číslo spĺňajúce požiadavky. Kúzelníkovi sa telepatiou podarilo zistiť, že divákovo číslo neobsahuje číslicu 7. Z toho môže s istotou usúdiť, že číslo na lístku

A) je štvorciferné.

B) je aspoň päťciferné.

C) obsahuje samé párne číslice.

D) je nepárne.

30

Akú číslicu má na mieste jednotiek číslo $11^{2007}+16^{2008}$?

A) 1

B) 6

C) 7

D) 9

31

Hodíme súčasne dvomi hracími kockami. Aká je pravdepodobnosť, že na oboch kockách padne zložené číslo?

A) $\frac{1}{9}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{3}$

32

Pre výsledný odpor R paralelne zapojených odporov R_1, R_2 platí $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$. Odtiaľ pre odpor R_1 platí

A) $R_1=\frac{R_2-R}{R_2R}$.

B) $R_1=\frac{R-R_2}{R_2R}$.

C) $R_1=\frac{R_2R}{R_2-R}$.

D) $R_1=\frac{R_2R}{R-R_2}$.

33

Šiesti spolužiaci (Adam, Boris, Danka, Eva, Hanka a Gabika) vošli jeden za druhým do kina. Ak vieme, že prvý aj posledný vošiel chlapec, koľko rôznych poradí prichádza do úvahy?

A) 720

B) 120

C) 48

D) 24

34

Peter napísal na lístok tri čísla $p<q<r$. Svojim priateľom prezradil iba aritmetický priemer týchto troch čísel a aritmetický priemer najmenších dvoch z nich. Priatelia tvrdili:

Karol: *„Z týchto informácií sa dá zistiť číslo r."*
Lucia: *„Dá sa zistiť súčet čísel p, q, r."*
Milan: *„Podľa mňa sa dajú zistiť všetky čísla p, q, r."*

Kto mal pravdu?

A) Všetci traja.

B) Karol a Lucia.

C) Milan a Lucia.

D) Iba Lucia.

35

Označme r jediné riešenie rovnice $\left(x+2^{2007}\right)^2-\left(x-2^{2007}\right)^2=2^{2008}$ v množine reálnych čísel. Potom

A) $r\in\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{8}\right\}$.

B) $r\in\{0;1;2\}$.

C) $r\in\{4;8;16\}$.

D) $r\in\left\{2^{2004};2^{2005};2^{2006}\right\}$.

36

Predajca predáva auto za k korún. Istá firma ho kúpila na lízing, čím sa cena auta navýšila o pätinu. Pri podpise zmluvy zaplatila firma m korún. Celý zvyšok ceny splatila v 36 rovnomerných mesačných splátkach. Aká bola výška mesačnej splátky?

A) $\dfrac{0{,}8.k-m}{36}$

B) $\dfrac{0{,}8.k}{36}-m$

C) $\dfrac{1{,}2.k-m}{36}$

D) $\dfrac{1{,}2.k}{36}-m$

37

$\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}} =$

A) $\sqrt[12]{x}$

B) $\sqrt[8]{x}$

C) $\sqrt[6]{x}$

D) $\sqrt[3]{x}$

38

V rovine je daný štvorec $ABCD$ so stranou dlhou 10. Označme M množinu všetkých bodov v rovine, ktoré majú od niektorého z bodov štvorca $ABCD$ vzdialenosť 1. Akú najväčšiu vzájomnú vzdialenosť môžu mať dva body z množiny M?

A) $11\sqrt{2}$

B) $12\sqrt{2}$

C) $1+10\sqrt{2}$

D) $2+10\sqrt{2}$

39

Do kružnice s polomerom 6 cm je vpísaný rovnoramenný trojuholník so základňou dlhou 6 cm. Akú veľkosť má uhol pri jeho hlavnom vrchole?

A) 90°

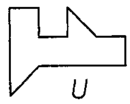
B) 60°

C) 45°

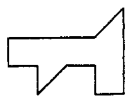
D) 30°

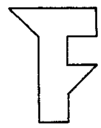
40

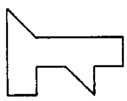
Ktorý z útvarov **A)** – **D)** je zhodný s útvarom U?

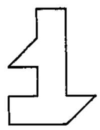


U

A) 

B) 

C) 

D) 

41

Odvesny RT, TK pravouhlého trojuholníka KRT sú dlhé 6 cm a 8 cm. Označme M, A stredy týchto odvesien. Aký polomer má kružnica opísaná trojuholníku MAT?

A) 2,5 cm

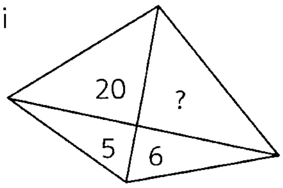
B) 4 cm

C) 5 cm

D) 10 cm

42

Štvoruholník je uhlopriečkami rozdelený na štyri trojuholníky. Obsahy troch z nich sú uvedené na obrázku. Aký obsah má štvrtý trojuholník?



A) 12

B) 16

C) 20

D) 24

43

Aký objem má pravidelný štvorboký ihlan, ktorého všetky hrany majú dĺžku 6?

A) $108\sqrt{3}$

B) $108\sqrt{2}$

C) $36\sqrt{2}$

D) $36+36\sqrt{3}$

44

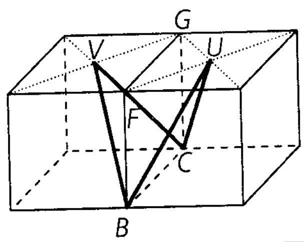
Na obrázku sú dve zhodné kocky s hranou dlhou 10 cm, ktoré sa dotýkajú celou bočnou stenou *BCGF*. Body *U*, *V* sú stredmi horných stien kociek. Približne aký veľký uhol zvierajú roviny *BCV* a *BCU*?

A) 70,5°

B) 65,5°

C) 60°

D) 53,1°



45

Nápoj VYPIMA sa plní do plechoviek v tvare valca s priemerom podstavy 0,8 dm a výškou 1,5 dm. Vyrábajú sa z hliníkového plechu s hmotnosťou 4,2 g na 1 dm². Približne koľko gramov váži jedna plechovka?

A) 14 g

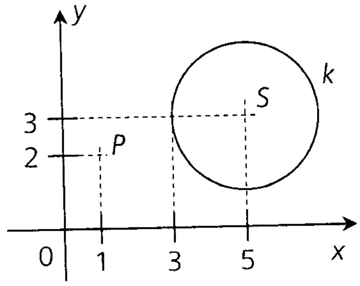
B) 16 g

C) 18 g

D) 20 g

46

Na obrázku je kružnica k so stredom S. Ktorá z uvedených kružníc je s ňou stredovo súmerná podľa bodu $P[1; 2]$?



A) $(x+3)^2+(y-1)^2=4$

B) $(x-3)^2+(y+1)^2=4$

C) $(x+3)^2+(y-1)^2=2$

D) $(x-3)^2+(y+1)^2=2$

47

V rovine sú dané body $K[1;1]$, $L[5;4]$. Aká musí byť y-ová súradnica bodu $M[4;y]$, aby trojuholník KLM bol pravouhlý s pravým uhlom pri vrchole L?

A) $y=4$

B) $y=\frac{14}{3}$

C) $y=\frac{16}{3}$

D) $y=6$

48

Dlhšia základňa AB rovnoramenného lichobežníka $ABCD$ leží na osi x a má dĺžku 4. Kratšiu základňu tvorí úsečka CD, pričom $C[1;3]$, $D[-1;3]$. Akú dĺžku má uhlopriečka tohto lichobežníka?

A) 2

B) $3\sqrt{2}$

C) 4

D) $5\sqrt{2}$

49

Akú veľkosť má uhol, ktorý zvierajú priamky
$p: x = 1 + t,\ y = 2,\ z = 6 - t;\ t \in R,$
$q: x = 4,\ y = 3 - 2r,\ z = 1 + 2r;\ r \in R$?

A) 90°

B) 60°

C) 45°

D) 30°

50

Rovnice $x + y - z + 2 = 0$, $x + y + 2z - 1 = 0$ sú analytickým vyjadrením

A) dvoch navzájom kolmých rovín.

B) dvoch navzájom rovnobežných rovín.

C) dvoch navzájom kolmých priamok.

D) dvoch navzájom rovnobežných priamok.

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$a^x . a^y = a^{x+y}$ $\quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x.y}$ $\quad (a.b)^x = a^x . b^x$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ $\quad a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ $\quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrické funkcie:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\quad \mathrm{tg}\, x . \mathrm{cotg}\, x = 1,\ x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$ $\quad \sin 2x = 2.\sin x.\cos x$ $\quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\left|\sin\frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$ $\quad \left|\cos\frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$ $\quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \mathrm{cotg}\, x,\ x \neq k\pi$

$\mathrm{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \mathrm{tg}\, x,\ x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$

$\sin(x \pm y) = \sin x . \cos y \pm \cos x . \sin y$

$\cos(x \pm y) = \cos x . \cos y \mp \sin x . \sin y$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r$ $\qquad$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x.y) = \log_z x + \log_z y$ $\qquad \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k.\log_z x$ $\qquad \log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1).d$ $\qquad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 . q^{n-1}$ $\qquad s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1},\ q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $\qquad V(k,n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $\qquad C(k,n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$P'(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!.n_2!\ldots n_k!}$ $\qquad V'(k,n) = n^k$ $\qquad C'(k,n) = \binom{n+k-1}{k}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u},\ t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0;\ [a;b] \neq [0;0]$

Smernicový tvar rovnice priamky: $y = kx + q$

Parametrické vyjadrenie roviny: $X = A + t\vec{u} + s\vec{v};\ t, s \in R$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0;\ [a;b;c] \neq [0;0;0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	**valec**	**ihlan**	**kužeľ**	**guľa**
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3}\pi r^2 v$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r(r + v)$	$S_p + Q$	$\pi r(r + s)$	$4\pi r^2$