

ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE
FAKULTA RIADENIA A INFORMATIKY

VYUŽITIE KOMPRESNÉHO SNÍMANIA
V BEZDRÔTOVÝCH SIEŤACH SENZOROV

Dizertačná práca
28360020173003

Študijný program: Aplikovaná informatika
Štúdijný odbor: 9.2.9 aplikovaná informatika
Školiace pracovisko: Katedra technickej kybernetiky
Školiteľ: doc. Ing. Ondrej Karpiš, PhD.

Podakovanie

Moje poďakovanie patrí najmä môjmu školiteľovi doc. Ing. Ondrejovi Karpišovi, PhD. za jeho čas, odborné vedenie a usmerňovanie práce. Ďakujem prof. Ing. Jurajovi Mičekovi, PhD. za cenné rady, kolegom z kancelárie za vytvorenie skvelého pracovného prostredia a všetkým členom Katedry technickej kybernetiky za ochotu vždy pomôcť a za vytvorenie príjemnej atmosféry na pracovisku.

V neposlednom rade patrí moja veľká vďaka Bohu, manželovi Mirkovi, mojej babke a mame, ktorí ma počas štúdia podporovali a poskytli mi vždy priestor pre prácu.

Abstrakt

OLEŠNANÍKOVÁ, Veronika: *Využitie kompresného snímania v bezdrôtových sieťach senzorov* [Dizertačná práca] Žilinská Univerzita v Žiline. Fakulta riadenia a informatiky. Katedra technickej kybernetiky. - Školiteľ: doc. Ing. Ondrej Karpiš, PhD. - Žilina: FRI ŽU, 2017.

Kľúčové slová: kompresné snímanie, WSN, bezdrôtové senzorové siete, lokalizácia, akustický signál, spotreba energie.

Predmetom skúmania práce bola možnosť aplikácie kompresného snímania v bezdrôtových sieťach senzorov. Kompresné snímanie je rýchlo napredujúca oblasť, ktorá poskytuje základ pre metódy získavania dát. V kompresnom snímaní nie sú aplikované zaužívané postupy pri vzorkovaní signálov, ale za splnenia určitých podmienok je možné značne znížiť počet meraní signálu. Dôsledkom toho môže byť zvýšenie rýchlosti získavania dát alebo zníženie energetických nárokov na získavanie dát. Práca mala za úlohu overiť vplyv získavania informácií prostredníctvom kompresného snímania na spotrebu danej siete pre definovanú jednoúčelovú úlohu. Na simulačnom príklade akustickej lokalizácie boli navrhnuté vhodné metódy a parametre vysielaného signálu, čo bolo základom pre overenie hypotézy optimalizácie spotreby pre bezdrôtovú sieť a porovnanie s klasickým prístupom.

Abstract

OLEŠNANÍKOVÁ, Veronika: *Use of the Compressed Sensing in the Wireless Sensor Networks*. [Dissertation thesis] - University of Žilina. Faculty of Management Science and Informatics. Department of Technical Cybernetics. - Supervisor: doc. Ing. Ondrej Karpiš, Ph.D. - Žilina: FRI ZU, 2017.

Keywords: Compressive sensing, Compressed sensing, WSN, Wireless Sensor Networks, Localization, Acoustic signal, Energy consumption.

The subject of the study was the possibility of application of compressed sensing in wireless sensor networks. Compressed sensing is a fast-forwarding area that provides the basis for data acquisition methods in which it does not apply established signal sampling procedures but, subject to certain conditions, it allows to significantly reduce the number of signal measurements. As a result, it may be faster to obtain data or reduce energy demands on data acquisition. The aim was to verify the impact of data gathering through compression scanning on the consumption of the network for a defined single-purpose task. On the simulation example of acoustic localization, appropriate methods and parameters of the transmitted signal were proposed, which was the basis for verifying the consumption optimization hypothesis for the wireless sensor network and the comparison with the classic approach.

Obsah

Zoznam obrázkov	10
Zoznam tabuliek	11
Zoznam skratiek a značiek	13
Úvod	14
1 WSN technológia	16
1.1 Hardvérová platforma	16
1.1.1 Riadiaca jednotka	16
1.1.2 Bezdrôtový komunikačný modul	17
1.1.3 Pamäť	17
1.1.4 Zdroj energie	17
1.1.5 Senzory	18
1.2 Komunikácia	18
1.2.1 Topológia	18
1.3 Aplikácie	20
1.3.1 Monitorovanie životného prostredia	20
1.3.2 Medicínske účely	21
1.3.3 Dopravné systémy	21
1.3.4 Priemysel	22
1.4 Spotreba WSN siete	22
1.4.1 Snímanie signálu	23
1.4.2 Predspracovanie signálu	25
1.4.3 Komunikácia	25
2 Princípy kompresného snímania	26
2.1 Riedka reprezentácia signálov	27
2.2 Riedke riešenia systémov lineárnych rovníc	27
2.2.1 Postačujúce podmienky pre jednoznačnosť riešenia	28
2.3 Bázy	30

2.4	Rekonštrukčné algoritmy	31
2.4.1	Výpočtová zložitosť problému	31
2.4.2	Greedy algoritmy	32
2.4.3	Relaxačné algoritmy	33
2.4.4	Ostatné algoritmy	39
2.5	Kompresné snímanie	40
2.6	Kompresné snímanie v aplikáciach	42
3	Kompresné snímanie v aplikácii pre lokalizáciu	
	objektu	44
3.1	Princípy lokalizácie	46
3.2	Využitie metód KS pri riešení lokalizačných úloh	47
3.3	Simulačné prostriedky	49
3.4	Vysielaný signál	50
3.4.1	Continuous	51
3.4.2	Burst	52
3.4.3	Použitie váhového okna a jeho vplyv na frekvenčné spektrum	53
3.5	Parametre vysiadaného signálu	61
3.6	Vyhodnotenie polohy objektu D1	63
3.7	Simulácia	64
3.7.1	Scenár A	64
3.7.2	Scenár B	65
3.8	Vplyv na spotrebu	66
	Záver	69
	Zoznam použitej literatúry	71
	Príloha	79
	A Zoznam vlastných publikácií	79
	B Elektronické prílohy	81

Zoznam obrázkov

1	Topológia siete	19
2	Periodické vzorkovanie - alias efekt	24
3	Nepriavidelné vzorkovanie - potlačenie alias efektu	24
4	Systém lineárnych rovníc.	28
5	Ortogonalná báza zo 64 prvkov DCT.	32
6	Ilustrácia jednotkových gúľ v normách l_0 , $l_{0,5}$, l_1 a l_2	34
7	Vrstevnice noriem	35
8	Tvar meracej matice \mathbf{A}	40
9	Ilustrácia situácie pri kompresnom snímaní	41
10	Proces merania	42
11	Triangulácia	47
12	Multilaterácia	48
13	Ilustrácia simulačného príkladu.	48
14	Signál cont_2 z Tab. 1 pred a po rekonštrukcii.	51
15	Signál burst pred a po rekonštrukcii.	53
16	Porovnanie signálov continuous a burst	54
17	Frekvenčné spektrum signálu burst bez použitia okna	54
18	Frekvenčné spektrum signálu burst s použitím okna	54
19	Frekvenčné spektrum	55
20	Váhovacie okná, ktoré boli použité pri testovaní.	57
21	Vplyv šumu	60
22	Vysielací cyklus.	61
23	Základné možnosti vysielania a analýzy burst signálov	62
24	Mutilaterácia.	63
25	Mutilaterácia, $\Delta t_1 = 0, \Delta t_2 = 0$	63

Zoznam tabuliek

1	Kompresný pomer pri kontinuálnom vysielaní signálu	51
2	Testy základných burst signálov a ich parametre.	52
3	Testy kombinovaných burst signálov a ich parametre.	52
4	Aplikácia oknových funkcií	59
5	Maximálna prípustná chyba	60
6	Scenár A	65
7	Scenár B	65

Zoznam skratiek a značiek

AČ	analogovo číslicový
ASIC	programovateľné zákaznícke obvody (A pplication S pecific I ntegrated C ircuit)
AOA	uhol príchodu signálu (A nge o f A rrival)
BP	rekonštrukčný algoritmus B asis P ursuit
BSN	sieť senzorov pre využitie medicíny (B ody S ensor N etwork)
CS	kompresné snímanie (C ompressed S ensing, C ompressive S ampling)
DCT	diskrétna kosínusová transformácia
DFT	diskrétna Fourierová transformácia
DSN	distribuovaná sieť senzorov (D istributed S ensor N etwork)
DPS	číslkové spracovanie dát (D igital S ignal P rocessing)
FPGA	programovateľné pole logických členov (F ield- p rogrammable G ate A rray)
FUSA	synchronizačný algoritmus (F yrefly-based U niversal S ynchro A lgorithm)
ISM	otvorené frekvenčné pásmo (T he I ndustrial, S cientific and M edical radio bands)
JPEG	algoritmus na kompresiu obrázkov
KS	kompresné snímanie
LOS	priama viditeľnosť (L ine O f S ight)
LP	lineárne programovanie
MCU	mikrokontrolér
MP	združovacia metóda (M atching P ursuit)
NP	nedeterministicky polynomiálna (zložitosť)
NSP	vlastnosť nulového priestoru (N ull S pace P roperty)
OFDM	spôsob modulácie pri rádiových frekvenciách
OMP	ortogonálna združovacia metóda (O rtogonal M atching P ursuit)
RIP	vlastnosť zoslabenej izometrie (R estricted I sometry P roperty)
RF	rádio-frekvenčné
RFID	elektronický štítok (R adio- f requency I D)
RF	rádio-frekvenčné
RAM	operačná pamäť
TDOA	čas oneskorenia (T ime d ifference o f A rrival)
TOA	doba príchodu (T ime o f A rrival)
VLC	svetelná komunikácia (V isible L ight C ommunication)
WSN	bezdrôtová senzorická sieť (W ireless S ensor N etwork)

Úvod

Bezdrôtové senzorové siete (WSN) sú pomerne novou technológiou v oblasti inteligentných prostredí. Prostredníctvom nich je možné monitorovať požadované informácie z okolia. Tento systém pozostáva z priestorovo rozložených autonómnych modulov, ktoré sú schopné vzájomnej interakcie. Sú rozmiestnené v pozorovanej oblasti a priebežne vyhodnocujú stav sledovaného objektu. Základom týchto sietí sú moduly (nody) s implementovanými snímačmi vzhľadom na požiadavky aplikácie. Ako príklad je možné uviesť snímanie akustických emisií v doprave, snímanie pohybu osôb v objekte alebo získavanie meteorologických dát, prípadne široké využitie WSN v inteligentných budovách a najnovšie aj v rôznych IoT aplikáciách. Interakcia medzi jednotlivými uzlami je zabezpečená prostredníctvom RF komunikácie. Podľa [9] v súčasnosti komunikuje až 99 % inštalovaných senzorov pomocou vodičov. Z predpokladu na najbližších 10 rokov vyplýva, že WSN technológia by mala pokrývať 10 % všetkých senzorových sietí. V súčasnosti sa rozširujú aplikácie tzv. inteligentných senzorov. Rozdiel medzi klasickým a inteligentným senzorom spočíva v pridaných schopnostiach inteligentného senzora. Kým klasický senzorový uzol získané dáta len odošle do centrály, inteligentný senzorový uzol je schopný tieto dáta ešte pred odoslaním predspracovať do takej podoby, aby sa posielali len nevyhnutné informácie a tým sa znížili nároky na prenosový kanál. Komunikácia v senzorovej sieti je do značnej miery limitovaná. Jednotlivé uzly je často potrebné umiestniť do oblasti bez prítomnosti elektrickej siete, čo má za následok veľké energetické obmedzenie. Tomuto musí byť prispôbený vysielač aj výpočtový výkon uzlov. Uzly majú definovanú priepustnosť v závislosti od aplikácie a dostupného množstva energie. Používanie WSN technológie vyžaduje minimálne nároky na inštaláciu a údržbu.

V tejto práci sa venujeme možnostiam využitia kompresného snímania vo WSN. Kompresné snímanie je metóda snímania a rekonštrukcie signálu využívajúca riedke vzorkovanie za predpokladu riedkosti signálu, čo vedie k zníženiu počtu meraní, čiže k zjednodušeniu procesu získavania dát z okolia a tým pádom aj k úspore energie prvkov siete.

Hlavnými cieľmi práce je:

- preskúmať možnosti využitia KS v bezdrôtových sieťach senzorov,
- aplikovať KS na vybranú úlohu,
- simuláciou overiť navrhnuté riešenie,
- zhodnotiť vplyv KS na spotrebu siete.

Prvá kapitola je venovaná popisu činnosti WSN technológie a jej využitia v praktických aplikáciách. Tiež sú tu popísané štandardné metódy číslicového spracovania signálov, ich výhody a nevýhody. Druhá kapitola sa zaoberá teoretickými princípmi kompresného snímania s využitím riedkeho vzorkovania a pojednáva o možnostiach využitia kompresného snímania vo WSN aplikáciách. V tretej kapitole je popísané riešenie konkrétnej úlohy lokalizácie objektu a sú tu zhrnuté poznatky získané vďaka experimentom.

1 WSN technológia

Počiatky výskumu a rozvoja v oblasti bezdrôtových sensorových sietí (WSN) začínajú okolo roku 1980 pri aplikácii DSN (Distributed Sensor Networks – distribuovaná sieť sensorov), ktorej vývoj bol zastrešený programom DARPA (Defense Advanced Research Project Agency)[27]. Hlavnou myšlienkou bolo vytvoriť sieť sensorov rozložených v priestore. Tieto senzory mali byť nízko nákladové a schopné pracovať autonómne a zároveň spolupracovať s ostatnými uzlami v sieti, obsahovali senzory, komunikačnú jednotku a modul pre spracovanie dát [71]. Demonštračným výsledkom tejto DSN aplikácie bol sledovací systém vrtuľníkov, ktorý využíval pole distribuovaných mikrofónov a výsledky boli vyhodnocované na základe porovnávacích techník vyvinutých na MIT [60]. Vtedajšia technológia umožnila vytvorenie sensorov, ktoré boli príliš veľké, čo limitovalo ich použitie v mnohých aplikáciách. Prvé DSN neboli nutne pripravené na použitie bezdrôtového prenosu. Postupom času prišli menšie senzory vďaka pokroku v technológii, kedy sa zvýšila hustota integrovaných obvodov a zároveň ich výkon. Tu sa začala samostatná kapitola, ktorá umožnila vývoj WSN vetvy. V tejto dobe sú WSN považované za jednu z najdôležitejších technológií 21. storočia.

1.1 Hardvérová platforma

WSN pozostáva z priestorovo rozložených sensorových uzlov. Vo WSN je každý senzor schopný nezávisle vykonávať úlohy snímania, predspracovania a spracovania dát. Navyše nody komunikujú spolu navzájom alebo s centrálnym uzlom v závislosti od topológie siete. Aby malo použitie uzlu význam, zvyčajne je v ňom implementovaný jeden alebo viac snímačov, procesor, pamäť a zdroj energie.

1.1.1 Riadiaca jednotka

Úlohou riadiacej jednotky je rozdeľovať úlohy, spracúvať dáta a riadiť funkcie ostatných hardvérových komponentov. Nod môže mať implementované rôzne typy procesorov ako napr. mikrokontrolér (MCU), procesor číslicového spracovania dát (DSP), pole programovateľných hradiel (FPGA) alebo zákaznícky obvod (ASIC). Medzi týmito alternatívami je najviac využívaný MCU, kvôli flexibilitě pripojenia periférií a

nízkej cene. Často sú to práve energeticky nízko-náročné (low-power) MCU, ktoré sú implementované v nodoch.

1.1.2 Bezdrôtový komunikačný modul

Komunikačný modul (z angl. transceiver - vysielateľ / príjmač) je zodpovedný za bezdrôtovú komunikáciu uzla. V ponuke sú rôzne typy bezdrôtových vysielacích zariadení vrátane najviac využívaných RF modulov, ktoré vyhovujú väčšine aplikácií (najviac sú využívané štandardy IEEE 802.11 b/g WiFi a IEEE 802.15.4 ZigBee). Pre výskumné, medicínske a priemyselné účely je možné využívať medzinárodné ISM frekvenčné pásma, ktoré sú dostupné bez potreby licencovania danej frekvencie. Podmienkou je používať homologizované zariadenia (podľa normy International Telecommunication Union [48]), aby dochádzalo len k minimálnemu elektromagnetickému rušeniu.

1.1.3 Pamäť

Či senzorový nod obsahuje aj externú pamäť závisí výlučne od aplikácie. Vstavaný procesor väčšinou poskytuje istú obmedzenú RAM alebo FLASH pamäť v integrovanom obvode. V niektorých prípadoch je však potrebné implementovať aj externú pamäť, zvlášť ak sa časť údajov neprenáša, ale uchováva pre neskoršie stiahnutie. Najpoužívanejším príkladom rozšírenia pamäte je microSD karta.

1.1.4 Zdroj energie

Najväčšie množstvo energie je použité na komunikáciu (hlavne na odosielanie dát) v rámci siete. Ďalej sa značné množstvo energie spotrebuje pri snímaní a spracovaní dát. Energia môže byť dodávaná z batérii alebo superkapacitorov. Batérie sú zvyčajne hlavným zdrojom energie. Kvôli obmedzeným možnostiam napájania sa kladie veľký dôraz na minimalizáciu spotreby nodu. Aby sa odstránili energetické prekážky je aktuálny výskum v oblasti energy-harvestingu. Energy-harvesting premieňa energiu okolia na elektrickú energiu s cieľom udržať nod prevádzky schopný čo najdlhší čas. Prieskumom v oblasti zhromažďovania energie sa zaoberajú napr. na technickom inštitúte v Bombaji [65].

1.1.5 Senzory

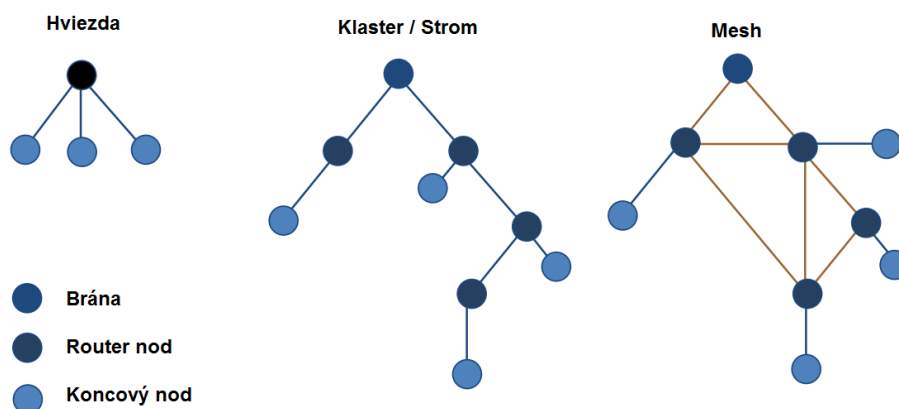
Senzor je hardvérové zariadenie, ktorého úlohou je merať charakteristiky okolia. Deteguje udalosti alebo zmeny a reaguje tak, že poskytuje korešpondujúci výsledok na výstupe. Senzory umožňujú transformáciu neelektrickej veličiny na elektrické signály. Produkujú merateľnú odozvu signálu na zmenu fyzickej vlastnosti ako napr. teplota, tlak, vlhkosť, rýchlosť, CO₂ emisie, vzdialenosť alebo elektromagnetizmus. Podľa použitej technológie sa rozlišujú najmä: odporové, indukčné, kapacitné, magnetické, termoelektrické, fotoelektrické a iné [7]. Základnými parametrami snímačov sú jednoznačnosť, citlivosť, zotrvačnosť, stálosť, nelinearita a hysteréza, rozlíšenie, dovolená chyba, šum, doba odozvy a frekvenčná charakteristika. Tieto vlastnosti sú dôležité pri výbere vhodného snímača pre danú aplikáciu. Spojitý analógový signál zaznamenaný senzorom je digitalizovaný za pomoci analógovo-číslicového prevodníka a ďalej spracúvaný vo vstavanom procesore nodu. Pretože nod je mikroelektronické zariadenie napájané obmedzeným zdrojom energie, pripojené senzory by mali spotrebúvať čo najmenej energie. Poznáme však aj výnimky - senzory, ktoré potrebujú udržiavať dlhodobo pracovnú teplotu (napr. snímače koncentrácie plynov v ovzduší, ktorá je založená na detekcii pomocou chemickej reakcie), v týchto prípadoch sa uvažuje o ďalšom napájacom okruhu pre dané spotrebiče. Sensorický nod môže obsahovať jeden alebo viac rozličných senzorov.

1.2 Komunikácia

Bezdrôtová sensorová sieť pozostáva z množstva uzlov, ktoré majú bezdrôtové komunikačné moduly. Nody môžu byť umiestnené na veľkej rozlohe v ťažko prístupnom teréne, preto je potrebné, aby boli snímané dáta zhromažďované niekoľkými centrálnymi (sink) nodmi, ktoré majú prístup k infraštruktúre, napr. k internetu, alebo je k nim zabezpečený jednoduchý prístup aby bolo možné stiahnuť dáta aj osobne.

1.2.1 Topológia

Topológia sensorovej siete závisí od mnohých faktorov, najmä od prostredia v ktorom je WSN umiestnená ako aj od možností dopĺňania energie. Existuje viacero typov štandardných topológií napríklad kruh, hviezda, zbernica, mesh (mriežka). Vo hviezdicovej



Obrázok 1: Topológia siete

topológii je každý nod pripojený priamo na bránu. V topológii klaster je každý nod pripojený na „smerovací“ nod daného klastra, ktorý ďalej komunikuje s bránou a dáta sú z koncového nodu smerované priamo do brány. V snahe zvýšiť spoľahlivosť siete je často využívaná topológia mesh, ktorá prepája viacero nodov v systéme a posieľa dáta najvhodnejšou cestou. Základom pre bezdrôtové topológie je myšlienka Ad-hoc siete, kde sa spojenie nadväzuje na dobu trvania jednej relácie a nevyžaduje základovú stanicu. Namiesto toho zariadenie objavuje ostatné vo svojom dosahu a tieto navzájom komunikujú, aby vytvorili sieť. Zariadenia môžu po pripojení vyhľadať cieľové uzly, ktoré sú mimo dosahu posielaním broadcast požiadaviek, ktoré každý uzol posúva ďalej. Spojenia naprieč viacerými uzlami sú možné prostredníctvom multihop siete. Typ sietí s viacerými skokmi (multihop) vznikol preto, aby bolo možné dosiahnuť také isté pokrytie s oveľa menšou prenosovou energiou a nemusel sa stále riešiť problém obmedzenej prenosovej kapacity v pridelenom pásme a počte koexistujúcich spojení. Komunikácia funguje na princípe viacerých skokov signálu, pričom nejde o prechod signálu cez viac uzlov, ale o predávanie nesených dát signálmi šírenými medzi susednými uzlami. Táto technika má veľkú výhodu, pretože umožňuje prepojenie nodov, ktoré nie sú pripojené na priamu viditeľnosť (line-of-sight, LOS). Vďaka technike multihop sa dosahuje vyššia priepustnosť bez straty efektivity rádiového rozsahu na kratšie vzdialenosti, menšie rušenie medzi dvoma uzlami a efektívne znovu použitie frekvencií [67]. Tieto metódy môžu byť implementované v topológiách typu klaster alebo mesh.

Rozvoj bezdrôtových sietí však podnietil vývoj nových adaptívnych topológií. V

základnej štruktúre (Obr.1, klaster a mesh topológia [14]) uzly typu „koncový nod“ plnia len obmedzenú funkciu a nie sú schopné zbierať údaje od ostatných nodov. Ďalšia možnosť rozšírenia funkcií topológie je výmena informácií o energetickej úrovni daného uzla. V tom prípade môže existovať taká modifikácia topológie, kedy sa „koncový nod“ adaptívne zmení na „router nod“ v danom klasteri a tým zabezpečí fungovanie siete na dlhší čas. Realizovateľnosť tejto možnosti závisí od rozloženia siete a dostupných typov nodov.

1.3 Aplikácie

Pôvodnou motiváciou za vývojom WSN boli vojenské aplikácie, napr. široko záberový akustický pozorovací systém pre detekciu ponoriek [62]. Keď sa postupom času znížili finančné nároky na výrobu nodov, bolo navrhnutých mnoho potenciálnych aplikácií, hlavne na civilné účely. Nasleduje pár príkladov z rôznych oblastí.

1.3.1 Monitorovanie životného prostredia

Do oblasti monitorovania životného prostredia patrí napr. stopovanie zvierat, vyhodnocovanie stavu lesných ekosystémov, detekcia záplav alebo predpoveď počasia [32]. Sú to ideálne aplikácie pre WSN, pretože merané parametre majú byť prenášané na veľkú vzdialenosť. Napríklad vedci z University of Southampton monitorujú ľadovcový terén v Nórsku s využitím WSN technológie [58]. Zbierajú dáta zo senzorov inštalovaných v ľade a v sedimente pod ním bez používania káblového spojenia, ktoré by mohlo znečisťovať životné prostredie. Podobným príkladom je monitorovanie mikro-meteorologických vlastností na povrchu ľadovca Génépi vo Švajčiarsku [47]. Ďalšou implementáciou je WSN na komplexné zbieranie údajov z daného územia. Systém je vybavený viacerými typmi nodov z ktorých, každý môže obsahovať viac druhov senzorov, napr. pre meranie hladiny jazier a potokov, vlhkosť pôdy, zmena pozície (pri zosuvoch pôdy), svetelné podmienky, infračervené žiarenie, koncentráciu plynov [52]. Zaujímavou aplikáciou je aj systém WubiNet [12] pre monitorovanie fyzických a chemických parametrov na veľkých územiach vzdialených od infraštruktúry. Výhodami tohto systému sú skutočnosti, že môže byť aktívny dva roky čerpajúc energiu len z batérií, zberný nod ktorý je vybavený solárnymi článkami zabezpečuje prenos zozbieraných dát prostredníctvom SMS pričom

využíva GSM/GPRS technológiu alebo satelitné telefóny. Tieto dáta sú posielané do centrálnej stanice na okraji siete, kde môžu byť vyhodnocované a analyzované.

1.3.2 Medicínske účely

WSN môžu byť použité v nemocniciach na sledovanie zdravotného stavu pacientov. Špeciálne druhy senzorov, ktoré môžu merať krvný tlak, telesnú teplotu, elektrokardiograf, alebo saturáciu kyslíku v krvi (oximeter), môžu byť pacientom implantované alebo ich môžu pacienti nosiť na tele, aby poskytovali vzdialené monitorovanie pacientov s potrebou 24-hodinovej starostlivosti. Tieto zariadenia tvoria špeciálnu skupinu WSN nodov, nazvanú sieť telesných senzorov (Body Sensor Network). BSN je skupina senzorov, ktorá vnáša revolúciu do zdravotnej starostlivosti tým, že poskytuje finančne nenáročné, dlhodobé monitorovanie s neustálym obnovovaním zdravotných záznamov cez internet. Jednou z aplikácií je napr. hrudníkový pás, ktorý slúži na sledovanie pacientov so srdcovou arytmiou [43]. Tento pás je vybavený nodom, ktorý je pripojený na elektródy zabudované v látke pásu. Nod je schopný vysielat' informácie bezdrôtovo do zobrazovacieho a zaznamenávajúceho zariadenia, kde je vykonaná ďalšia analýza na základe získaných parametrov a v prípade potreby (detekcie arytmie) je upovedomený lekár alebo ošetrovateľ, aby mohol okamžite zasiahnuť. Experimentálnou aplikáciou je sledovač chôdze, ktorého úlohou je odhadovať uhol bokov a rýchlosť švihu dolných končatín počas chôdze [34]. Výskumníci Londýnskej kráľovskej univerzity, ktorý sa zaoberajú BSN výskumom vytvorili aj BSN vývojový kit [1]. Problematikou nízko nákladovej WSN aplikácie sa zaoberajú vedci z Ryersonovej univerzity [13], pričom využívajú metódy kompresného snímania, aby redukovali požiadavky na energiu.

1.3.3 Dopravné systémy

Použitie WSN v doprave je aktuálne už niekoľko rokov. Mnoho križovatiek využíva informácie zo senzorov na ovládanie semaforov s dôrazom na dosiahnutie minimálneho čakania alebo maximálnej priepustnosti [26]. Sensory bývajú zväčša umiestnené nad križovatkou alebo vo vozovke. Systémy vybavené videokamerami sú takisto často používané na monitorovanie úsekov so zvýšenou hustotou premávky. Využitie majú aj pri monitorovaní parkovacích miest [66], [56]. Existujú systémy, ktoré informáciu o

počte voľných miest posielajú na elektronické informačné tabule okolo ciest. Takéto riešenia pomáhajú pri orientácii, plynulosti premávky a redukujú emisie oxidu uhličitého hlavne v centrách miest. WSN v doprave je množné využiť aj v mnohých ďalších aplikáciách, napr. monitorovanie vozidiel s právom prednostnej jazdy, monitorovanie poveternostných podmienok na vozovke a v jej okolí, detekcia vozidiel, počítanie vozidiel, klasifikácia dopravných prostriedkov, meranie intenzity premávky alebo meranie rýchlosti prechádzajúcich vozidiel [50].

1.3.4 Priemysel

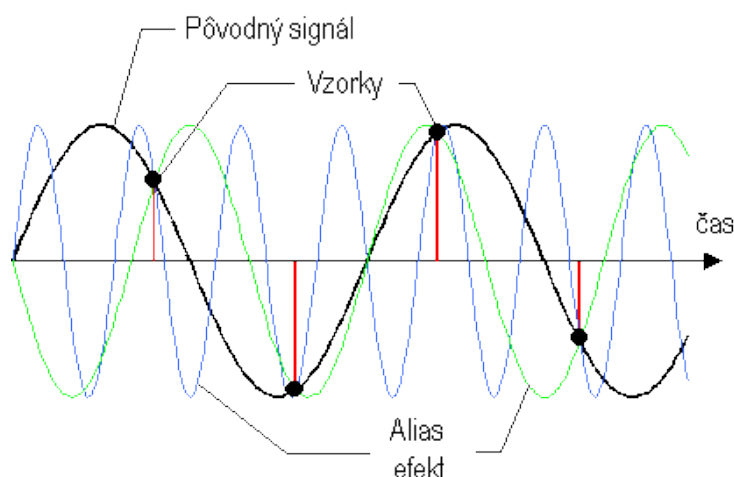
Jednou z ďalších aplikácií je aj nasadenie WSN siete v španielskej továrni na úpravu kávy, pre monitorovanie plyných látok a kvality odpadovej vody za účelom zefektívnenia produkcie a zníženia záťaže životného prostredia [70]. Taktiež existuje WSN aplikácia na reguláciu mikroklimy v skleníkoch, ktorá ovláda vetranie, kúrenie a polievanie rastlín [24]. Netradičnou aplikáciou je diagnostický systém mostu, nasadený v Japonsku, ktorý meria vibrácie a ďalšie potrebné parametre a následne vyhodnocuje „zdravotný stav“ mostu v reálnom čase [72]. Rozšírenou oblasťou sú tiež mnohé aplikácie „inteligentných domácností“, vďaka ktorým je možné nastavovať teplotu kúrenia, ovládať svetlá, okná, žalúzie, bezpečnostné systémy, televíziu alebo zavlažovanie prostredníctvom smartfónu alebo internetu [17]. V liehovarníckom priemysle sa využíva systém na reguláciu teploty kvasného procesu, aby bola zaručená kvalita produktov [73].

1.4 Spotreba WSN siete

Jedným z dôvodov vzniku bezdrôtových senzorických sietí je potreba umiestnenia senzorov (statických alebo prenosných) do nedostupného alebo vzdialeného terénu bez zavedenej infraštruktúry. V takomto prostredí nie sú dostupné trvalé zdroje elektrickej energie z ktorých by mohli byť nody napájané. Preto je vo WSN aplikáciách stále aktuálna snaha o minimalizáciu spotreby. Elektrická energia sa spotrebúva v podsysteme snímání signálu, podsysteme spracování signálu a v procese komunikácie.

1.4.1 Snímanie signálu

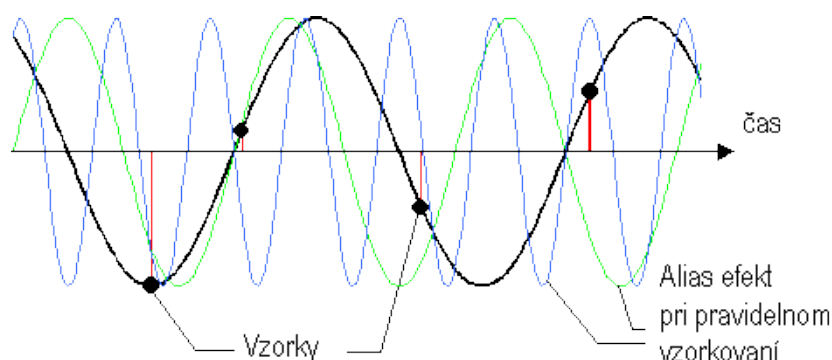
Pre získanie informácií z okolia je potrebné dané spojité veličiny snímať pomocou senzorov, ktorými je nod vybavený. Môže sa jednať o akustické, tepelné, ultrazvukové veličiny, dáta o vlhkosti, tlaku alebo rýchlosti a mnohé iné. Aby bolo možné dáta spracúvať číslicovými prostriedkami, potrebujú byť reprezentované vo vhodnom digitálnom formáte. Značné množstvo energie sa spotrebúva práve pri analógovo číslicovej konverzii vzoriek signálu. Akonáhle je signál digitalizovaný, charakteristiky získaného signálu, sú fixne dané a nie je možnosť ich zmeniť. Dve základné operácie analógovo-číslícového (AČ) prevodu: vzorkovanie a kvantovanie, priamo ovplyvňujú charakteristiky digitálneho signálu. Charakteristiky analógového signálu na vstupe do prevodníka a digitálny výstup z prevodníka sú vďaka kvantizačnému šumu skôr podobné ako identické. Aké veľké rozdiely medzi nimi sú, závisí na metódach digitalizácie a aplikovaných algoritmoch. Konvenčným prístupom ku vzorkovaniu signálov je dodržanie Shannonovho teorému, ktorý hovorí o tom, že frekvencia vzorkovania AČ prevodníka musí byť rovná alebo väčšia ako je dvojnásobok maximálnej frekvencie meraného signálu. Vo všeobecnosti uvažujeme s deterministickým a periodickým (ekvidištančným) vzorkovaním. Tento model vzorkovania, podľa ktorého sú vzorky signálu odoberané v časových intervaloch s konštantným trvaním, je najpoužívanejší. Je zrejmé, že takýto postup pri získavaní vzoriek sa zdá byť najprirodzenejší a má viacero výhod. Bol však zavedený dávnejšie a pre niektoré aplikácie nie je vhodný. Model periodického vzorkovania nie je vždy výhodné aplikovať. Napríklad, keď z rôznych dôvodov majú byť vzorky odobrané v nepravidelných intervaloch alebo dokonca v náhodných časových okamžikoch. Štúdie ukazujú, že náhodnosť pri odbere vzoriek nemusí byť vždy negatívna. Nepravidelnosti prinášajú aj isté výhody, napríklad potlačenie aliasingu. I v prípade šetrenia energie môže náhodnosť prinášať dobré výsledky. Tento model je uvádzaný ako *nepravidelné, nerovnomerné* alebo *riedke* vzorkovanie. Alias efekt vedie k neurčitej reprezentácii signálu, ako je možné vidieť na Obr.2 [10]. Tieto vzorky signálu môžu byť pri rekonštrukcii použité na vytvorenie originálnej sínusoidy. Sínusoida vykreslená čiernou farbou, vyhovuje dátam. Avšak ak sledujeme možnosti rekonštrukčného procesu, vidíme, že aj ostatné sínusoidy rôznych frekvencií vyhovujú odobratým vzorkám. Sú známe metódy ako sa takýmto komplikáciám vyhnúť, napr. použitím antialias filtra.



Obrázok 2: Periodické vzorkovanie - alias efekt

Obr. 3 [10] ukazuje ako sa dá vyhnúť alias efektu použitím nerovnomerného vzorkovania. Znovu bola vzorkovaná sínusoida rovnakej frekvencie, ako v predošlom prípade. V tomto prípade nie sú vzdialenosti na časovej osi medzi vzorkami rovnaké. Z obrázku je vidieť že len jedna sínusoida vyhovuje všetkým vzorkám.

S využitím náhodného vzorkovania môže byť vyvinutý systém na spracovanie signálu. Výber medzi periodickým a nepravidelným vzorkovaním je uskutočnený vzhľadom na funkcionality a kvalitu výstupov aplikácie. Napriek tomu, že periodické vzorkovanie je pri vysokých frekvenciách preferované, požadovaná vzorkovacia frekvencia môže prevyšovať schopnosť systému, v takom prípade je vhodné zvoliť nepravidelné vzorkovanie. Avšak zvýšia sa nároky na spracovanie signálu a je potrebné použiť špeciálne a komplikovanejšie algoritmy.



Obrázok 3: Nepravidelné vzorkovanie - potlačenie alias efektu

1.4.2 Predspracovanie signálu

Po procese snímania signálu je potrebné dané vzorky predspracovať, aby bolo možné extrahovať potrebnú informáciu. V prípade periodického vzorkovania nie sú vždy potrebné všetky zozbierané vzorky, preto existujú kompresné metódy v rámci predspracovania signálu, ktoré zredukujú počet dát. Pri kompresnom snímaní je signál priamo vzorkovaný v závislosti na charakteristikách danej skupiny signálov, preto sú vzorky odoberané len v určitých náhodných intervaloch a nie je potrebná ďalšia kompresia, čo redukuje predspracovanie dát a teda šetrí energiu nodu. V číslicovom spracovaní signálov analyzujeme signál v rôznych oblastiach, napr. v časovej alebo frekvenčnej. Najčastejšie sa diskretný signál reprezentuje v spektrálnej oblasti do ktorej sa premieta pomocou vhodnej transformácie. Sú to práve rôzne transformácie, ktoré sú z výpočtového, a tým aj energetického, hľadiska pomerne náročné.

1.4.3 Komunikácia

Najviac zaťažujúcim faktorom z pohľadu spotreby WSN siete je práve komunikácia, najmä odosielanie nameraných dát. Preto sa snažíme o zníženie objemu prenášaných dát. Existujú tri prístupy. Prvý prístup využíva metódy spracovania signálu na vyhodnotenie dát a následne je odosielaná už len užitočná informácia (výsledné riešenie), ktorá vďaka nízkemu objemu dát minimálne zaťažuje zdroj energie. V druhom prístupe sú posielané charakteristiky (parametre) signálu. Niekedy je však potrebné odosielať celý zachytený signál, čo je tretí prípad. Pri periodickom vzorkovaní je objem prenášaných dát veľmi veľký. Riedkym vzorkovaním sa dá tento objem rapídne znížiť a posielajú sa len vzorky, ktoré sú naozaj užitočné. Ako bolo spomenuté vyššie v podkapitole o snímaní signálu, v prípade výberu riedkeho vzorkovania je potrebné pri spracovaní číslicového signálu pracovať s algoritmami, ktoré majú vysokú výpočtovú náročnosť, čo znamená zvýšenie výpočtového výkonu a teda aj spotreby.

2 Princípy kompresného snímania

Pôvodná myšlienka kompresie dát bola zozbierať všetky dáta, previesť nad nimi vhodnú transformáciu, vyhodnotiť základné koeficienty a väčšinu z nich zahodiť, pretože z nejakého dôvodu nesú málo užitočnej informácie. Napríklad pri kompresii JPEG tomu zodpovedá získanie hodnôt všetkých pixelov fotografie (napr. 10 miliónov), výpočet koeficientov použitím diskkrétnej kosínusovej transformácie (DCT) a kvantovanie vzniknutých koeficientov. Ponechaných je len k koeficientov a zakódované sú len ich pozície a veľkosť. Úspech tejto techniky je umožnený práve tým, že k určitému typu signálu je možné nájsť takú reprezentáciu (oblasť), v ktorej je signál riedky alebo približne riedky (čo sa v praxi často vyskytuje). Kompresné snímanie prichádza s inou stratégiou: za predpokladu riedkosti signálu vo vhodnej oblasti rovno snímať signál nepravidelne a to len toľkokrát, koľko je skutočne potrebné. Vďaka tomu je možné zo signálu zaznamenať podstatne menej vzoriek, v porovnaní s počtom vzoriek vyplývajúcich zo Shanonovej vety pre daný signál. Následná rekonštrukcia signálu vedie na riešenie systému lineárnych rovníc s nekonečne veľkým počtom riešení. To znamená, že existuje viac neznámych než lineárnych vzťahov medzi nimi. Medzi nekonečne veľa riešeniami, ktoré by bolo možné nájsť, sú požadované práve tie, ktoré majú čo najviac neznámych súčasne nulových (ide o tzv. riedke riešenia), z dôvodu že tieto riešenia sú zvyčajne s veľkou pravdepodobnosťou správne. Výhoda ich použitia spočíva v zjednodušení interpretácie dát, pri požiadavkách na silnú kompresiu dát a v množstve ďalších aplikácií. Táto tematická oblasť siaha historicky až k prvému použitiu algoritmu Matching pursuit [57] a riedkej dekompozícii signálu na atómy pomocou Basis pursuit [25]. Kompresné snímanie bolo ako oblasť výskumu pomenované v roku 2004 na Stanfordovej univerzite. Ako prvý sa mu venoval profesor D. Donoho [35] a jeho bývalý študent, dnes už profesor E. J. Candès [19], ktorí sa venujú oblastiam riedkej reprezentácie signálov, waveletom, rekonštrukčným metódam, spracovaniu signálov a širokému spektru matematických optimalizácií. KS sa venuje ďalej literatúra [6], [46],[45].

2.1 Riedka reprezentácia signálov

Signál \mathbf{y} (napr. zvuk, obraz alebo video) môžeme reprezentovať ako lineárnu kombináciu bázových vektorov \mathbf{a}_i .

$$\mathbf{y} = \sum_i x_i \mathbf{a}_i,$$

kde x_i sú váhy alebo súradnice \mathbf{y} v systéme \mathbf{a}_i . Jednotlivým \mathbf{a}_i hovoríme atómy a celý systém sa nazýva slovník.

Tento model môžeme tiež zapísať ako sústavu lineárnych rovníc v maticovom tvare

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y},$$

kde \mathbf{x} je vektor neznámych a \mathbf{y} známy vektor. Matica \mathbf{A} sa okrem pomenovania slovník nazýva aj reprezentačný systém, často sa však nazýva aj meracia matica - čo nie je celkom správne a tento pojem bude vysvetlený v podkapitole 2.5 o kompresnom snímaní.

Čiže k -riedky vektor je taký, ktorý má najviac k nenulových zložiek. Relatívnou riedkosťou vektora \mathbf{x} dĺžky N sa bude teda rozumieť pomer k/N . Ďalej označme \mathbb{C}^N množinu všetkých k -riedkych vektorov dĺžky N .

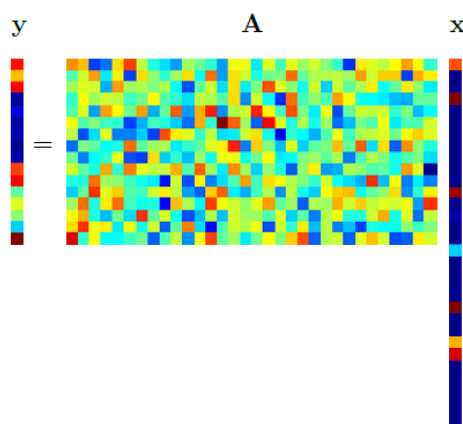
Reálne signály však nebývajú riedke, tak ako je definované vyššie. Namiesto nulových zložiek obsahujú malé nenulové hodnoty. Preto je vhodné definovať chybu aproximácie.

2.2 Riedke riešenia systémov lineárnych rovníc

Je potrebné riešiť klasickú sústavu lineárnych rovníc $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$, avšak s tým, že neznámy a hľadaný vektor \mathbf{x} má byť čo najredší, to znamená, že má obsahovať čo možno najväčší počet nulových zložiek. Ide o túto úlohu:

$$\min_x \|\mathbf{x}\|_0 \text{ vzhľadom na } \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}, \quad (1)$$

kde poznáme vektor $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^m$ (pozorovanie, meranie, signál) a maticu $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times N}$. Predpokladáme len prípady kedy $m < N$, resp. $m \ll N$, a \mathbf{A} je matica s úplnou riadkovou hodnotou. Schéma úlohy je ilustrovaná na obrázku 4. Vektor \mathbf{x} obsahuje len niekoľko nenulových prvkov (súradníc), čiže pozorovaný vektor \mathbf{y} je lineárnou kombináciou len niekoľkých stĺpcov matice \mathbf{A} . Je tu použitá pseudofarebná schéma, modrá farba reprezentuje nulu, teplejšia farba predstavuje vyššiu hodnotu.



Obrázok 4: Systém lineárnych rovníc.

Všetky \mathbf{x} , ktoré spĺňajú podmienku $\mathbf{Ax} = \mathbf{y}$, nazývame prípustné riešenia. Z lineárnej algebrý je známe, že vzhľadom na vyššie uvedené podmienky je na matici \mathbf{A} prípustných nekonečne veľa riešení a tvorí afinitný priestor. Matica \mathbf{A} zaručuje možnosť rekonštrukcie pôvodného \mathbf{x} z \mathbf{y} .

2.2.1 Postačujúce podmienky pre jednoznačnosť riešenia

Spark matice

Pre jednoznačnosť riešenia bol zavedený pojem *spark* matice.

Definícia 2.1. Číslo $\text{spark}(\mathbf{A})$ je definované ako najmenší počet stĺpcov matice \mathbf{A} , ktoré sú lineárne závislé. [36]

$$\text{spark}(\mathbf{A}) = \min_{\mathbf{z} \in \ker \mathbf{A}, \mathbf{z} \neq \mathbf{0}} \|\mathbf{z}\|_0 \quad (2)$$

Pre nenulovú maticu $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times N}$, kde $m < N$, platí, že spark môže nadobúdať hodnoty $\text{spark}(\mathbf{A}) = 2, \dots, m+1$, pričom hodnota 2 je dosiahnutá, keď je jeden stĺpec priamo násobkom iného. Čím je spark menší, tým redší musí byť vektor \mathbf{x} , aby bola zaistená jedinečnosť tohto riešenia.

Tvrdenie 2.2. Pokiaľ má sústava $\mathbf{Ax} = \mathbf{y}$ riešenie \mathbf{x} , ktoré spĺňa

$$\|\mathbf{x}\|_0 < \frac{\text{spark}(\mathbf{A})}{2}, \quad (3)$$

tak \mathbf{x} je nutne najredšie možné riešenie a žiadne iné riešenie s rovnakou riedkosťou neexistuje [18].

Pokiaľ sa podarí nájsť riešenie s kardinalitou vyhovujúcou 3, tak vieme, že zároveň bolo nájdené riešenie pôvodného problému 1. Nájsť $\text{spark}(\mathbf{A})$ má výpočtovú náročnosť porovnateľnú s riešením problému 1, preto je nutné hľadať jednoduchší spôsob overenia jedinečnosti riešenia. Navyše, predchádzajúce tvrdenie poskytuje len postačujúcu podmienku, takže môže existovať najredšie riešenie nespĺňajúce 3.

Vzájomná koherencia

Definícia 2.3. *Vzájomná koherencia (mutual coherence) matice \mathbf{A} je definovaná ako najväčší absolútny normalizovaný skalárny súčin dvoch rôznych stĺpcov matice \mathbf{A} ,*

$$\mu(\mathbf{A}) = \max_{1 \leq j, k \leq N, j \neq k} \frac{|\mathbf{a}_j^T \mathbf{a}_k|}{\|\mathbf{a}_j\|_2 \cdot \|\mathbf{a}_k\|_2}, \quad (4)$$

kde \mathbf{a}_j označuje j -ty stĺpec matice \mathbf{A} .

Pomocou vzájomnej koherencie je možné zistiť mieru nelineárnej závislosti medzi stĺpcami matice. Ortogonálna matica ($\mathbf{U}^* \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{U}^* = \mathbf{I}$) má nulovú koherenciu, lebo jej stĺpce sú po dvojiciach kolmé, čiže čitateľ v 4 je rovný nule. Uvažujeme tu však len prípady keď $m < N$ a je známe, že pre matice s rozmerom $m \times N$ plnej hodnosti podľa [40] vždy platí:

$$\sqrt{\frac{N-m}{m(N-1)}} \leq \mu(\mathbf{A}) \leq 1, \quad (5)$$

pričom naľavo je rovnosť dosiahnutá pre tzv. Grassmanovské rámce [64]. V prípade matíc rozmeru 100×200 , bude $\mu \geq 0,071$. Úvod do tejto teórie poskytujú zdroje [61], [30].

Tvrdenie 2.4. *Pre ľubovoľnú maticu \mathbf{A} platí [18]*

$$\text{spark}(\mathbf{A}) \geq 1 + \frac{1}{\mu(\mathbf{A})}. \quad (6)$$

Tvrdenie 2.5. *Ak má sústava $\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{y}$ riešenie \mathbf{x} spĺňajúce [18]*

$$\|\mathbf{x}\|_0 < \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\mu(\mathbf{A})} \right), \quad (7)$$

potom \mathbf{x} je nutne najredšie možné a jediné také riešenie. Pomocou rekonštrukčnej metódy l_1 minimalizácie (definícia v kapitole 2.4.3) sa dá dosiahnuť najviac toto riešenie.

Cenou za jednoduchší výpočet je teda silnejšia nerovnosť. Ak sa koherencia blíži k nule, pravá strana 7 rastie nad všetky limity, avšak naopak, ak sa koherencia blíži k jednej, pravá strana sa približuje k jednotke. Snaťou teda je hľadať a používať maximálne nekoherentné slovníky, ktoré sa najviac približujú ortogonálnej matici.

2.3 Bázy

Bázou vektorového priestoru sa rozumie množina lineárne nezávislých vektorov, ktorých lineárnou kombináciou je možné dostať sa k ľubovoľnému vektoru z daného vektorového priestoru. V konečnom priestore dimenzie N je bázou každá množina obsahujúca N lineárne nezávislých vektorov. Ak je $\mathbf{B} = \{\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n\}$ bázou, každý prvok $\mathbf{x} \in \mathbb{V}$ sa dá vyjadriť pomocou jednoznačných súradníc c_i v danej báze ako

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^N c_i \mathbf{b}_i = \mathbf{B}\mathbf{c}. \quad (8)$$

Ak má vektorový priestor viacero báz, potom majú všetky rovnaký počet generujúcich vektorov (generátorov).

Najčastejšie sa stretávame s ortogonálnymi a ortonormálnymi bázami. Ortogonálna báza je taká, kde pre ľubovoľné dva vektory z bázy $\mathbf{B} = \{\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n\}$ platí

$$\langle \mathbf{b}_i, \mathbf{b}_j \rangle = 0, \text{ pre } i \neq j, \langle \mathbf{b}_i, \mathbf{b}_i \rangle \neq 0. \quad (9)$$

Takže všetky dvojice bazových vektorov sú na seba kolmé. Pri ortonormálnych bázach platí okrem toho pre všetky jej prvky aj podmienka $\|\mathbf{b}_i\| = 1$, alebo $\mathbf{B}^* = \mathbf{B}^{-1}$. Ak napríklad definujeme $\mathbf{x}_1 = (1, 0)^T$, $\mathbf{x}_2 = (0, 2)^T$, tak tieto dve vektory tvoria ortogonálnu bázu v \mathbb{R}^2 . Vektory \mathbf{x}_1 a $1/2 \mathbf{x}_2$ tvoria ortonormálnu bázu.

Ďalej existujú aj riešenia s biortogonálnymi a biortonormálnymi bázami. Majme dve rôzne bázy $\mathbf{E} = \{e_1, \dots, e_n\}$ a $\mathbf{F} = \{f_1, \dots, f_n\}$ v rovnakom vektorovom priestore. Hovoríme, že sú navzájom biortogonálne, ak spĺňajú podmienku:

$$\langle \mathbf{e}_i, \mathbf{f}_j \rangle = \begin{cases} 1 & \text{pre } i = j \\ 0 & \text{pre } i \neq j \end{cases} \quad (10)$$

alebo $\mathbf{F}^* \mathbf{E} = \mathbf{I}$. Teda nie je požadované, aby dvojice vektorov z \mathbf{E} boli na seba kolmé, a podobne pre \mathbf{F} , ale každý vektor z \mathbf{E} musí byť kolmý na všetky vektory z \mathbf{F} s výnimkou jediného. Existujú aj biortonormálne bázy. Tie samozrejme navyše musia spĺňať

podmienku $\|\mathbf{e}_i\| = \|\mathbf{f}_j\| = 1$.

Uhly medzi vektormi a numerická nestabilita

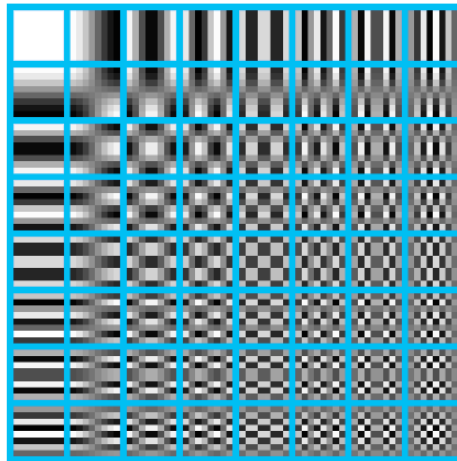
Pokiaľ bázové vektory (generátory) nie sú na seba kolmé, je isté, že niektoré prvky môžu zvierat s podpriestorom generovaným ostatnými prvkami (nadrovinou) uhol menší než pravý. Z hľadiska výpočtov to znamená, že pokiaľ budeme hľadať riešenie rovnice $\mathbf{Ax} = \mathbf{y}$, treba pamätať na numerickú nestabilitu. Matica \mathbf{A} sa nazýva "zle podmienená", ak veľké zmeny v riešení \mathbf{x} môžu viesť len k malým zmenám pravej strany \mathbf{y} . Tieto problémy môžu vznikat napríklad vtedy, keď matica \mathbf{A} je síce regulárna, ale jej determinant má hodnotu blízku nule, čiže sa blíži k singularnej matici, čo z geometrického hľadiska znamená, že niektorý vektor v matici \mathbf{A} zvierat veľmi malý uhol s nadrovinou generovanou ostatnými vektormi v matici. Dá sa povedať, že z pohľadu stability je ideálne používat ortogonálne bázy so zvyšovaním počtu generátorov sa podmienenosť všeobecne zhoršuje (ale môžu rásť výhody, ako napr. šanca na riedkosť riešenia daného systému $\mathbf{Ax} = \mathbf{y}$).

Na Obr. 5 sa nachádza báza založená na diskretnej kosínusovej transformácii v priestore \mathbb{R}^{64} , ktorá je tvorená blokmi obrazu 8x8 pixelov, používa sa napr. pri obrazovom kompresnom formáte JPEG [8]. Tzv. kanonická báza je systém posunutých Diracových impulzov (...0,0,1,0,0...). Zložitejším príkladom ortonormálnej bázy sú napr. diskretne podoby waveletov, Gaborové framy, najnovšie používané curvelety, contourlety a shearlety používané na rekonštrukciu kontrastných obrazov a v iných rekonštrukčných aplikáciach.

2.4 Rekonštrukčné algoritmy

2.4.1 Výpočtová zložitosť problému

Predpokladajme, že platí $\text{spark}(\mathbf{A}) > 2k_0$ a existuje nejaké k_0 -riedke riešenie sústavy. Podľa tvrdenia 3 je to najredšie možné a jednoznačné riešenie. Ak trváme na nájdení presného riešenia, je potrebné prejsť všetkých $\binom{N}{k_0}$ kombinácií podmnožín atómov matice. To zodpovedá NP-zložitosti (nedeterministicky polynomiálny problém), čo v praxi, kde N je veľké číslo, nie je prijateľné[18]. Preto bolo vyvinutých viacero aproximačných metód riešenia tohto problému, ktoré nie sú deterministicky presné, ale



Obrázok 5: Ortogonálna báza zo 64 prvkov DCT.

podstatne rýchlejšie. Tieto metódy sa delia zhruba do dvoch hlavných kategórií - greedy algoritmy (pažravé, hladné) a relaxácie, aj keď stále pribúdajú nové typy algoritmov.

2.4.2 Greedy algoritmy

Skupinu „greedy“ algoritmov tvoria tie metódy, ktorých hlavný princíp spočíva v tom, že v každej iterácii nájdú jeden alebo viac „najvýznamnejších“ atómov. Dôležité je, že v ďalšom priebehu algoritmu, vybraný atóm už bude súčasťou konečného riešenia. Výhodou týchto metód je nízka zložitosť, nevýhoda je, že nie je zaručené dosiahnutie globálneho optima. Známe algoritmy z tejto kategórie sú Matching Pursuit [57] a v súčasnosti najviac využívaná variácia Orthogonal Matching Pursuit – OMP [69], ďalšie odvodené algoritmy sú Regularized OMP, Stagewise OMP, OMP with Replacement a sub-lineárny algoritmus OMPR-Hash. Do tejto kategórie tiež patria Subspace Pursuit [33] a Least Angle Regression - LARS [37]. Niektoré algoritmy sú schopné garantovať stabilitu ako BPDN (relaxačný algoritmus) pričom sú rýchlejšie a lepšie pochopiteľné.

Ortogonálna združovacia metóda (OMP)

Ako bolo spomenuté v úvode, v tomto algoritme je položená prvotná aproximácia riedkeho riešenia $x^0 = 0$, vypočíta sa počiatočné rezíduum $\mathbf{r}^0 = \mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}^0 = \mathbf{y}$. Na začiatku je množina všetkých nenulových koeficientov S^0 (nosič) prázdna. Potom sa pristúpi k jednotlivým krokom metódy. Najprv sa vyjadří reziduálna chyba pri aproximácii pre všetky $j = 1, 2, \dots, N$:

$$\begin{aligned} \epsilon(j) &= \min_{z_j} \|\mathbf{a}_j z_j - \mathbf{r}^{k-1}\|_2^2 = \left\| \frac{\mathbf{a}_j^T \mathbf{r}^{k-1}}{\|\mathbf{a}_j\|_2} \mathbf{a}_j - \mathbf{r}^{k-1} \right\|_2^2 = \\ & \|\mathbf{r}^{k-1}\|_2^2 - 2 \frac{(\mathbf{a}_j^T \mathbf{r}^{k-1})^2}{\|\mathbf{a}_j\|_2^2} + \frac{(\mathbf{a}_j^T \mathbf{r}^{k-1})^2}{\|\mathbf{a}_j\|_2^2} = \|\mathbf{r}^{k-1}\|_2^2 - \frac{(\mathbf{a}_j^T \mathbf{r}^{k-1})^2}{\|\mathbf{a}_j\|_2^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Z týchto vypočítaných chýb sa vyberie najmenšia. Označenie indexu najmenšej chyby je j_0 , formálne: $\forall j \in S^{k-1} : \epsilon(j_0) \leq \epsilon(j)$. Potom sa do nosiča S^k pridá nájdený index j_0 . Ďalej sa počíta \mathbf{x}^k pomocou minimalizácie $\|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2$, treba si uvedomiť, že \mathbf{x}^k je nenulové len na pozíciách S^k . To znamená, že $\mathbf{x}_{S^k} = \mathbf{A}_{S^k}^+ \mathbf{y}$, kde \mathbf{x}_{S^k} je nenulová časť \mathbf{x} a \mathbf{A}_{S^k} je matica, ktorá obsahuje len stĺpce matice \mathbf{A} zodpovedajúcej nosiču S^k (znak $+$ označuje pseudoinverziu). Nakoniec sa vypočíta nové rezíduum – pokiaľ je menšie, než požadovaná odchýlka, je získané hľadané riešenie pri danej miere nepresnosti, inak sa vykoná ďalšia iterácia [38].

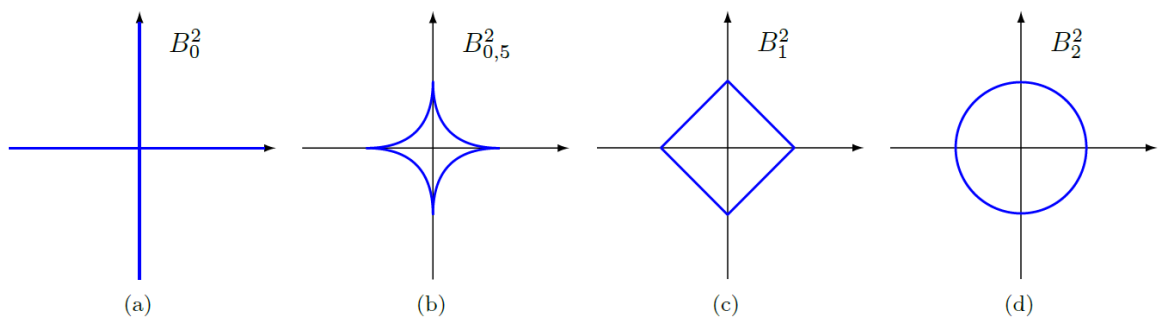
Združovacia metóda (MP)

Táto metóda je podobná metóde OMP, ale je o niečo rýchlejšia za cenu menšej presnosti. Tiež najprv vypočíta chyby $\epsilon(j)$ a nájde index j_0 . Riedke riešenie \mathbf{x} ale nepočíta pomocou metódy najmenších štvorcov, ako OMP, ale necháva nezmenené všetky jeho nenulové zložky z predchádzajúcej iterácie, pridáva len nový koeficient do novo nájdennej nenulovej zložky vektora. Tento koeficient je volený ako optimálna konštanta $z_{j_0}^*$ [38].

2.4.3 Relaxačné algoritmy

Táto skupina metód vychádza z konvexnej optimalizácie a sú založené na l_1 -relaxácií, čo znamená, že sú výpočtovo náročnejšie. Tieto algoritmy sa spoliehajú na to, že sa za určitých podmienok dostaneme k riešeniu presnému, alebo aspoň relatívne blízke. Z týchto metód je to napr. Basis Pursuit – BP[25], Basis Pursuit Denoising – BPDN, modifikovaný Least Angle Regression – LARS [37], [40], Interior Point Methods - IPM [51], Projected Gradient Methods, Iterative Reweighted Least Squares – IRLS, FOCal Underdetermined System Solver – FOCUSS[41], [40] alebo Dantzing Selector [20].

L1 - minimalizácia (L1-relaxácia)



Obrázok 6: Ilustrácia jednotkových guľ v normách l_0 , $l_{0,5}$, l_1 a l_2 . Jednotková guľa v norme l_0 kopíruje osi súradnicového systému.

Za účelom vystihnúť podstatu relaxačných princípov L-minimalizácií, je potrebné definovať niekoľko pojmov.

Definícia 2.6. l_p -norma vektora $x \in \mathbb{C}^N$ je definovaná ako:

$$\begin{aligned} \|x\|_p &:= \left(\sum_{i=1}^N |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad \text{pre } 1 \leq p < \infty, \\ \|x\|_p &:= \sum_{i=1}^N |x_i|^p \quad \text{pre } 0 < p < 1, \\ \|x\|_\infty &:= \max_i |x_i|, \\ \|x\|_0 &:= |\text{sup}(x)|. \end{aligned} \tag{12}$$

O normu sa v skutočnosti jedná len v prípade, že $1 \leq p \leq \infty$. Pre zjednodušenie však bude pre všetky p použité jednotné označenie l_p -norma. Pre lepšiu predstavu fungovania noriem je na Obr.6 vykreslená guľa v jednotlivých normách.

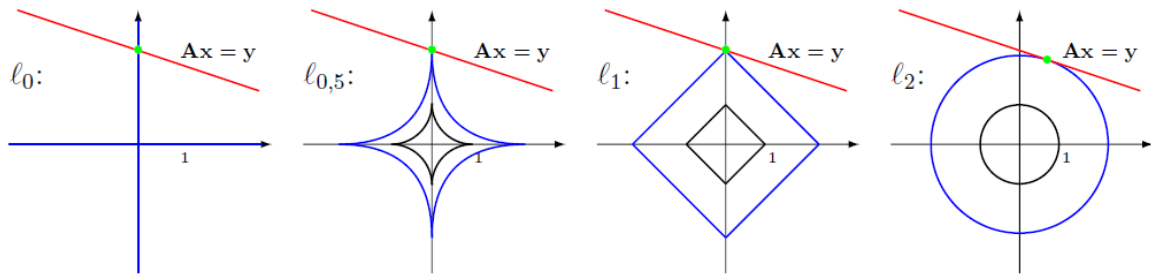
Definícia 2.7. Jednotková guľa B_p^N v norme l_p je definovaná ako

$$B_p^N := \{x \in \mathbb{C}^N \mid \|x\|_p \leq 1\}. \tag{13}$$

Definícia 2.8. Vektor $x \in \mathbb{C}^N$ sa nazýva k -riedky (k -sparse) pokiaľ platí

$$\|x\|_0 \leq k. \tag{14}$$

(Pseudo)norma l_0 nie je konvexná funkcia, čiže nie je možné pre výpočet úlohy 1 použiť žiadnu z metód a algoritmov konvexnej optimalizácie (konvexného programo-



Obrázok 7: Vrstevnice noriem $l_0, l_{0,5}, l_1$ a l_2 a ich dotyk s nadrovinou určenou sústavou $\mathbf{Ax} = \mathbf{y}$.

vania) [15]. Pretože normy l_p sú konvexné pre $p \geq 1$, uvažujeme využitie „najbližšej“ konvexnej normy, tzn. l_1 , aspoň k približnému riešeniu NP-zložitého problému. Je teda potrebné riešiť úlohu:

$$\min_x \|x\|_0 \text{ vzhľadom na } \mathbf{Ax} = \mathbf{y}. \quad (15)$$

Ako bude vysvetlené v tejto podkapitole, za určitých podmienok je možné použiť l_1 normu namiesto normy l_0 . Dokonca vo väčšine prípadov sa riešenia oboch úloh zhodujú. Na Obr. 7 je znázornené riešenie úlohy $\min_x \|x\|_p$ vzhľadom na $\mathbf{Ax} = \mathbf{y}$ v \mathbb{R}^2 , postupne pre $p = 0; 0,5; 1; 2$. Priestor všetkých prípustných riešení reprezentuje červená priamka. Z obrázku je zrejmé, že riešenie problémov 1 a 15 je zhodné. Riešenie v prípade, kedy použijeme euklidovskú normu, $p=2$, je však odlišné (riešenie s minimálnou energiou, čo znamená úzku spojitosť s metódou najmenších štvorcov).

Podmienky ekvivalencie riešenia pomocou l_0 - a l_1 - minimalizácie

NSP - Vlastnosť nulového priestoru

Null Space Property – vlastnosť nulového priestoru, pochádza z článku [31], tento koncept sa však nachádza vo viacerých prácach v iných obmenách. Vychádzame z definície uvedenej v [40].

Definícia 2.9. [40] Matica $A \in \mathbb{C}^{m \times N}$ má vlastnosť nulového priestoru (NSP) rádu k s konštantnou $\gamma \in (0, 1)$, pokiaľ platí

$$\|\eta_T\|_1 \leq \gamma \|\eta_{T^c}\|_1, \quad (16)$$

pre všetky množiny $T \subset \{1, \dots, N\}$, $|T| \leq k$ a pre všetky vektory $\eta \in \ker \mathbf{A}$.

Splnenie NSP zaisťuje pre ľubovoľný vektor $z \in \ker(\mathbf{A})$, že v ňom bude l_1 -norma koncentrovaná v malom počte prvkov. Overenie NSP však nie je triviálne. NSP zaručuje, že k -riedke riešenie je jednoznačné a je možné ho nájsť pomocou l_1 -minimalizácie [36], [42]. Pretože reálne signály nie sú riedke v pravom slova zmysle, ale majú namiesto nulových zložiek malé nenulové hodnoty, je potrebné definovať chybu aproximácie riedkych vektorov.

Definícia 2.10. [40] Chyba najlepšej aproximácie vektora $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n$ k -riedkym vektorom \mathbf{z} v norme l_p je definovaná ako

$$\sigma_k(x)_p = \inf_{\mathbf{z} \in \Sigma_k^n} \|\mathbf{x} - \mathbf{z}\|_p, \quad (17)$$

kde $\Sigma_k^n = \{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n : \|\mathbf{x}\|_0 \leq k\}$.

Nasledujúce tvrdenie poskytuje horný odhad chyby aj v ostatných prípadoch:

Tvrdenie 2.11. [40] Nech matica $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times N}$ spĺňa NSP rádu k s konštantou $\gamma \in (0, 1)$. Nech $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$, $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ a $\mathbf{x}^* \in \mathbb{C}^N$ je riešením l_1 -minimalizácie. Potom

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\|_1 \leq \frac{2(1 + \gamma)}{1 - \gamma} \sigma_k(\mathbf{x})_1. \quad (18)$$

Pokiaľ existuje nejaké najviac k -riedke riešenie sústavy $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ za splnenia predpokladov tvrdenia, potom $\sigma_k(x)_1 = 0$ a nulová hodnota pravej strany rovnice vynúti $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*$ (vďaka tomu, že $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\|_1 = 0$). To znamená, že hľadané riedke riešenie bude nájdené pomocou l_1 -optimalizácie. Rovnako platí obrátená implikácia, pokiaľ je možné zo sústavy $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ rekonštruovať všetky k -riedke vektory \mathbf{x} pomocou l_1 -minimalizácie, tak matica \mathbf{A} má vlastnosť NSP rádu k s nejakou konštantou $\gamma \in (0, 1)$ [31].

RIP - Vlastnosť zoslabenej izometrie

Restricted Isometry Property - vlastnosť zoslabenej izometrie ponúka oproti NSP výpočtovo prijateľnejšiu alternatívu, ktorá je navyše stabilná pod vplyvom šumu (prvá zmienka [21]).

Definícia 2.12. [40] Konštanta obmedzenej izometrie δ_k , matice $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times N}$ je také najmenšie číslo, že platí:

$$(1 - \delta_k) \leq \frac{\|\mathbf{A}\mathbf{z}\|_2^2}{\|\mathbf{z}\|_2^2} \leq (1 + \delta_k) \quad (19)$$

pre všetky vektory $\mathbf{z} \in \sum_k^n$. Hovoríme, že matica \mathbf{A} má vlastnosť zoslabenej izometrie rádu k s konštantou δ_k , pokiaľ $\delta_k \in (0, 1)$.

Izometria znamená, že lineárne zobrazenie zachováva dĺžku vektorov. Zoslabenie v prípade 19 je dvojaké: jednak sa obmedzuje len na všetky podmatice \mathbf{A} o k stĺpcoch, a jednak nie je vyžadovaná presná izometria, ale povoľuje sa malá odchýlka δ_k , tzn. že všetky podmatice musia byť približne ortogonálne. Do definície RIP je nutné zahrnúť všetky podmatice s maximálnym počtom stĺpcov k , pretože dopredu nie je známe, ktoré prvky vektora \mathbf{x} budú nenulové, čiže nie je jasné, ktoré atómy matice \mathbf{A} sa podieľajú na reprezentácii signálu \mathbf{y} .

Konštantu RIP je možné vypočítať priamo:

$$\delta_k = \max_{T \subset \{1, \dots, N\}, |T| \leq k} \|\mathbf{A}_T^\top \mathbf{A}_T - \mathbf{I}\|_{2 \rightarrow 2}, \quad (20)$$

kde norma matice $\|\cdot\|_{2 \rightarrow 2}$ je definovaná ako

$$\|\mathbf{B}\|_{2 \rightarrow 2} = \max_x \frac{\|\mathbf{B}\mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2}. \quad (21)$$

Podobne ako pri NSP aj pri RIP je možné určiť chybu aproximácie l_1 -minimalizáciou. Rovnako sa dá nájsť vzťah medzi RIP a NSP.

Tvrdenie 2.13. [40] Nech $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times N}$, spĺňa RIP rádu $K = k + h$ s konštantou $\delta_K \in (0, 1)$. Potom \mathbf{A} spĺňa NSP rádu k s konštantou

$$\gamma = \sqrt{\frac{k}{h} \frac{1 + \delta_K}{1 - \delta_K}}. \quad (22)$$

Nasledujúce tvrdenia uvádzajú silnejšie podmienky a ohraničujú zhora odchýlku riešenia l_1 -minimalizácie, z toho dôvodu, že predošlé podmienky ešte nezaručujú, že týmto spôsobom bude možné nájsť riešenie s prijateľnou výpočtovou náročnosťou a numerickou presnosťou.

Tvrdenie 2.14. [40] Nech $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times N}$, spĺňa RIP rádu $3k$ s konštantou $\delta_{3k} < 1/3$. Pre $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$, nech $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ a $\mathbf{x}^* \in \mathbb{C}^N$ je riešenie l_1 -minimalizácie. Potom

$$\|x - x^*\|_2 \leq C \frac{\sigma_k(x)_1}{\sqrt{k}}, \quad (23)$$

kde C je konštanta závislá len na δ_{3k} .

Iný odhad uvádza [23]:

Tvrdenie 2.15. Nech \mathbf{A} spĺňa RIP rádu $2k$ s konštantou $\delta_{2k} < \sqrt{2} - 1 \approx 0,4142$. Potom

$$\|x - x^*\|_2 \leq C \frac{\sigma_k(x)_1}{\sqrt{k}} \quad (24)$$

$$\|x - x^*\|_2 \leq C \sigma_k(x)_1$$

pre nejakú konštantu C závislú len na δ_{2k} .

Nasledujúce tvrdenie špecifikuje vlastnosti riešenia v prípade šumu (šumom sa myslí rušenie signálu akéhokoľvek typu).

Tvrdenie 2.16. [40] Predpokladajme, že $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times N}$ vyhovuje RIP rádu $2k$ s konštantou

$$\delta_{2k} < \frac{2}{3 + \sqrt{7/4}} \approx 0,462. \quad (25)$$

Nasledujúce platí pre všetky $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$. Nech sú merania zaťažené šumom: $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{e}$, $\|\mathbf{e}\|_2 \leq \epsilon$, \mathbf{x}^* je riešením úlohy

$$\min_z \|\mathbf{z}\|_1 \quad \text{vzhľadom na} \quad \|\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{y}\|_2 \leq \epsilon. \quad (26)$$

Potom

$$\|x - x^*\|_2 \leq C_1 \frac{\sigma_k(x)_1}{\sqrt{k}} + C_2 \epsilon \quad (27)$$

pre kladné konštanty C_1, C_2 závislé len na δ_{2k} .

Z uvedeného tvrdenia vyplýva, že celková chyba má dve časti: časť, ktorá závisí len na riedkosti, a časť, ktorá závisí na veľkosti šumu. Tento prípad l_1 minimalizácie 27, kde sa povolí odchýlka ϵ od presného riešenia je známy ako optimalizačný problém lineárneho programovania s kvadratickými podmienkami BPDN (Basis Pursuit Denoising). Úlohu je tiež možné preformulovať na problém kvadratického programovania s

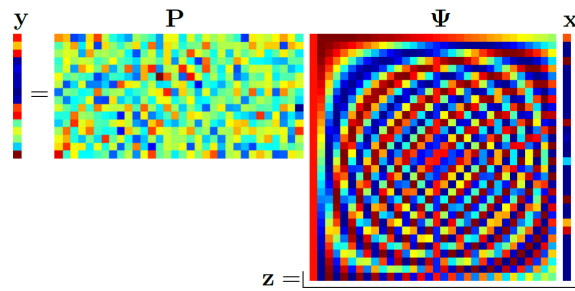
lineárnymi podmienkami známy ako LASSO (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator) [68] v prípade pridania podmienky $\|x\|_1 \leq \rho$.

Matice, ktoré by mali vlastnosti zoslabenej izometrie s vopred definovanými parametrami sa zatiaľ nepodarilo deterministicky zostaviť. Boli nájdené len matice, ktoré túto vlastnosť spĺňajú s vysokou pravdepodobnosťou. Do tejto kategórie patria napr. Gaussovské a Bernoulliho matice, ktoré patria do kategórie sub-gaussovských rozdelení. Majú ojedinelú výhodu v tom, že ich rekonštrukčné schopnosti sú invariantné voči unitárnej transformácii, čo je výhoda pri kompresnom snímaní. Podmienku RIP, aj keď s väčšími nárokmi na výber riadkov m , spĺňajú čiastočne náhodné Fourierové matice. Tie vznikajú tak, že z deterministickej unitárnej matice DFT rozmeru $N \times N$ sa vyberie náhodne len m riadkov (čo zodpovedá náhodne vybraným frekvenciám) [40].

Okrem fixných slovníkov je rozšírená aj myšlienka učiaceho sa slovníka pre konkrétnu aplikáciu, týmito teóriami sa zaoberá napr. literatúra [37] a patrí hlavne do oblasti matematickej štatistiky, data-miningu, resp. strojového učenia (napr. učenie slovníka pri rekonštrukcii obrázkov zo sparse-memory aplikácie [5]). Najčastejšie sa využívajú algoritmy MOD (Method of directions) [39] a varianty algoritmu K-SVD, [38], čo je zovšeobecnený algoritmus K-means.

2.4.4 Ostatné algoritmy

Ďalšími algoritmami, ktoré nie sú zaradené do týchto kategórií sú algoritmy založené na prahovaní (thresholding) [37] a ďalšie hybridné algoritmy, ktoré využívajú jednotlivé prednosti z oboch skupín algoritmov. Jedným z nich je aj A*OMP algoritmus, ktorý využíva A*-algoritmus prehľadávania informačných stromov. Tento algoritmus dosahuje lepšie výsledky v rekonštrukcii signálov než relaxačné algoritmy a navyše má oproti relaxačným metódam nižšiu zložitosť. Existujú aj kombinatorické algoritmy - HHS Pursuit, ktoré sú veľmi rýchle, ale potrebujú pomerne veľa meraní. Špeciálnym typom sú Total Variation - TV algoritmy. Tieto sa využívajú hlavne pri rekonštrukcii obrázkov, kedy je možné vyžadovať riedkosť gradientu. Vhodné sú najmä pre obrázky zložené z hladkých plôch oddelených krivkami (obrázky bez zložitých textúr). Takéto obrázky je často možné nájsť v medicínskom prostredí (MRI, angiogram).

Obrázok 8: Tvar meracej matice \mathbf{A}

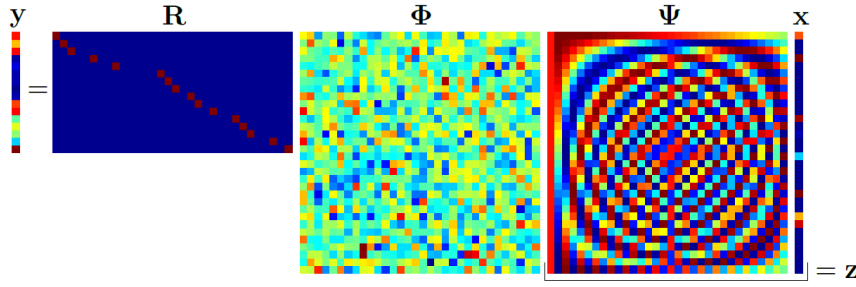
2.5 Kompresné snímanie

Kompresné snímanie je asi jedna z najatraktívnejších aplikácií v oblasti riedkej reprezentácie signálov. Hlavná myšlienka tohto prístupu spočíva v neadaptívnom snímaní signálov len takým počtom vzoriek, ktorý je skutočne potrebný. Jedná sa o rovnaký problém - hľadanie (aproximácia) riedkeho riešenia úlohy 1 pomocou l_1 -minimalizácie, ale konštrukcia meracej matice \mathbf{A} je špeciálna (ako bolo spomenuté v kap. 2.1).

Predpokladaná je riedkosť signálu v nejakom slovníku (v našom prípade ortogonálne bázy). Nech je báza označená Ψ a teda signál sa dá vyjadriť ako $\mathbf{z} = \Psi\mathbf{x}$, kde \mathbf{x} je k -riedky. Cieľom je previesť malý počet neadaptívnych meraní, ktoré budú mať charakter skalárnych súčinov so signálom, čo sa dá vyjadriť ako $\mathbf{y} = \mathbf{P}\mathbf{z} = \mathbf{P}\Psi\mathbf{x}$. Kde \mathbf{P} je tzv. meracia (snímacia) matica rozmeru $m \times N$ a jednotlivé zložky vektora \mathbf{y} sú výsledky merania, ktoré vznikajú ako lineárna kombinácia vzoriek signálov. Pod pojmom vzorka sa v kompresnom snímaní rozumie skalár, ktorý vznikne lineárnou kombináciou pôvodných hodnôt signálu. Počet meraní je $m \ll N$. Z Obr. 8 môžeme vidieť že meracia matica \mathbf{A} , uvádzaná v predošlých kapitolách, má v tomto prípade tvar $\mathbf{A} = \mathbf{P}\Psi$ a celkovo je potrebné l_1 -minimalizáciou riešiť úlohu:

$$\min_x \|\mathbf{x}\|_0 \text{ vzhľadom na } \mathbf{y} = \mathbf{P}\Psi\mathbf{x}. \quad (28)$$

Základnou úlohou je nájsť takú meraciu maticu \mathbf{P} , aby bolo možné z „malého“ počtu meraní zrekonštruovať signál. Vhodné meracie matice sa uvažujú v tvare $\mathbf{P} = \mathbf{R}\Phi$. Kde Φ je matica $N \times N$ a \mathbf{R} je matica, ktorá vznikne z jednotkovej matice $N \times N$ ponechaním len m náhodne vybraných riadkov, čiže funguje ako náhodný výber riadkov z matice Φ . Náhodný výber \mathbf{R} sa pritom riadi rovnomerným rozdelením pravdepodobnosti. Celkový tvar meracej matice \mathbf{A} je teda zložený z matíc $\mathbf{A} = \mathbf{R}\Phi\Psi$. Kompletná schéma



Obrázok 9: Ilustrácia situácie pri kompresnom snímaní (bez prítomnosti šumu): nameraný vektor \mathbf{y} je rovný súčinu meracej matice $\mathbf{P} = \mathbf{R}\Phi$, jednotkovej matice Ψ a riedkeho vektoru \mathbf{x} . Do procesu snímania vstupuje vektor $\mathbf{z} = \Psi\mathbf{x}$, ktorý sám o sebe nie je riedky, ale je riedky v nejakej báze Ψ , na obrázku v ortonormálnej báze inverznej DCT. Matica Φ je v tomto prípade Gausovská. Matica \mathbf{R} vznikla z jednotkovej matice $N \times N$ rovnomerne-náhodným zachovaním \mathbf{m} riadkov.

kompresného snímania je zobrazená na Obr. 9.

Aby bolo možné zrekonštruovať signál pomocou l_1 -relaxácie, je nutné definovať, koľko meraní je potrebné zrealizovať (počet riadkov m matice \mathbf{P}). V prípade náhodných meracích matíc \mathbf{R} závisí tento počet od vzájomnej koherencie (μ 4). V prípadoch, keď je matica zložená z dvoch ortonormálnych báz Φ a Ψ , čiže $[\Psi, \Phi]$ je

$$\mu([\Psi, \Phi]) = \max_{1 \leq i, j \leq N} |\psi_i^\top \phi_j| \quad (29)$$

a hodnota koherencie (29) sa pohybuje medzi $\frac{1}{\sqrt{N}}$ a 1. Nasledujúce tvrdenie podmieňuje, kedy je zaručená presná rekonštrukcia z merania.

Tvrdenie 2.17. [23] *Nech je daný signál \mathbf{z} , ktorý má v báze Ψ k -riedku reprezentáciu \mathbf{x} . Potom riešenie l_1 -minimalizácie*

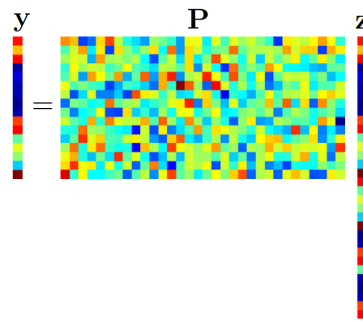
$$\min_x \|\mathbf{x}\|_1 \text{ vzhľadom na } \mathbf{y} = \mathbf{R}\Phi\Psi\mathbf{x}, \quad (30)$$

kde \mathbf{y} sú merania, je súčasne s vysokou pravdepodobnosťou najredšie možné, pokiaľ je zvolený počet matice riadkov takto:

$$m \geq C \cdot \mu^2([\Psi, \Phi]) \cdot k \cdot N \cdot \ln N, \quad (31)$$

pre špecifickú konštantu C .

Z uvedeného vyplýva, že počet meraní závisí na riedkosti signálu len lineárne. Koherencia kvadraticky ovplyvňuje nutný počet meraní. Preto je snaha hľadať také dvojice,



Obrázok 10: Proces merania - násobenie signálu \mathbf{z} maticou \mathbf{P} predstavuje m lineárnych meraní signálu \mathbf{z} .

ktorých koherencia je minimálna - pri dvojiciach $[\Psi, \Phi]$ s koherenciou $1/\sqrt{N}$ stačí rádovo $k \cdot \ln N$ meraní. Ak však koherencia vzrastá, meranie podľa tejto podmienky prestáva byť relevantné, lebo počet meraní m prevýši počet vzoriek signálu N (napr. v prípade $\Phi = \Psi$).

2.6 Kompresné snímanie v aplikáciach

Kompresné snímanie môže byť potenciálne využité vo všetkých aplikáciách, ktoré majú za úlohu rekonštruovať signál získaný lineárnymi meraniami. V prípade periodického vzorkovania s veľkým počtom meraní (kompletnej množiny meraní) je tento proces drahý, zdĺhavý, niekedy nebezpečný a nie vždy možný. Všeobecne sa dá povedať že aplikáciu KS je možné nájsť všade tam, kde je možné signál vyjadriť riedko, či už v štandardnej báze, alebo v systéme ktorý bol signálu prispôbený. V počítačovej tomografii (CT), je potrebné získať obraz tela pacienta z rôznych uhlov s využitím röntgenových lúčov. Odber kompletnej množiny meraní by vystavil pacienta dlhej a nebezpečnej dávke radiácie, takže počet meraní by mal byť čo najmenší a mal by zaručovať dostatočnú kvalitu obrazu pre medicínske účely. Takéto snímky majú zvyčajne plochy, ktorých hodnota je konštantná, čiže sa jedná o signály s riedkym zastúpením a techniky kompresného snímania sú tu ideálne. V skutočnosti tento problém podnietil výskum a vývoj metód kompresného snímania [22]. Magnetická rezonancia (MRI) je podobne ako CT základným nástrojom pre diagnostikovanie pacientov. Napriek tomu, že pacientov nevystavuje nebezpečnému žiareniu, spája sa s ňou neodmysliteľne pomalý proces získavania dát. Zavedenie kompresného snímania ponúka významné zrýchlenie

snímania [23], [55], čiže benefity pre pacientov aj pre ekonomiku zdravotníctva. Medzi hlavné oblasti aplikácie dnes patrí spracovanie obrazu, odšumovanie signálu, odstraňovanie rozmazania, ale aj dopĺňanie chýbajúcej informácie v signáli [37]. Taktiež má využitie v optimalizácii ekvalizácie [64] v bezdrôtových OFDM kanáloch, korekčnom kódovaní v komunikačných technológiách [21], alebo pri pokusoch o konštrukciu nových typov AČ prevodníkov [23]. Ďalšími aplikáciami, ktorým sa venuje vývoj v tejto oblasti sú radarové základne. Vzhľadom na to, že je monitorované len malé množstvo cieľov, je tu riedkosť signálu očakávaná. Rozširujú sa aj WSN aplikácie s využitím kompresného snímania, hlavne z dôvodu efektivity práce nodu. Aplikácia [28] sa zaoberá zberom skalárnych fyzikálnych veličín, napr. sledovanie zmeny teploty v určitej geografickej oblasti za určitý čas. Štúdia [49] sa zaoberá deterministickým rozmiestnením nodov pre detekciu riedko sa vyskytujúcich udalostí. Distribuovaným korelovaným zberom dát vo WSN sa zaoberá práca [53]. Detekcia udalostí je jednou z hlavných aplikácií WSN, touto problematikou s využitím KS sa zaoberajú vo svojej práci vedci [54].

3 Kompresné snímanie v aplikácii pre lokalizáciu objektu

Ako vybraný príklad pre aplikáciu metód kompresného snímania sme zvolili úlohu lokalizácie objektu. S rýchlym rozvojom technológií a mobilných zariadení rastie aj dopyt po vhodných metódach určovania aktuálnej pozície. Určovanie polohy objektov už dlhšie nie je záležitosťou len vonkajšieho prostredia. Čoraz častejšie sa tieto úlohy presúvajú do interiéru, napr. do výrobných hál alebo logistických centier, alebo kombinujú obe prostredia. Lokalizácia je proces pomocou ktorého je určená pozícia a orientácia človeka alebo objektu v priestore. Rozlišujú sa dva typy lokalizácie. Môže sa jednať o absolútnu lokalizáciu vzhľadom na geografickú polohu. Druhým typom je lokalizácia relatívna, kde ide o určenie pozície vzhľadom na daný priestor v ktorom sa objekt nachádza. S pojmom lokalizácia je úzko spojený aj pojem navigácia, ktorý môže byť chápaný viacerými spôsobmi:

1. Určenie pozície, rýchlosti a smerovania objektu alebo subjektu.
2. Nájdenie optimálnej trasy (či už v zmysle najrýchlejšej, najkratšej alebo najlacnejšej možnosti) zo začiatočného do koncového bodu.
3. Vedenie objektu pozdĺž danej trasy a riadenie prípadných rozdielov medzi aktuálnou a plánovanou trasou.

Lokalizačný proces je využívaný v mnohých oblastiach. Technológie a aplikácie spomenuté ďalej sa delia podľa prostredia do ktorého patria:

- **Exteriérové riešenia**

Globálny navigačný satelitný systém (GNSS) je používaný ako navigačný systém hlavne v exteriéri, orientujú sa podľa neho vodiči, resp. autonómne automobily, priemyselné stroje, námorníctvo, letectvo, exteriérové priemyselné aplikácie, ale je využívaný aj ako mapovací geografický nástroj. Mapové podklady sa stále rozširujú, takže ho môžu používať aj chodci a turisti vo svojich smart zariadeniach. GNSS zahŕňa satelitné systémy viacerých štátov, napr. GPS - USA, GLONASS - Rusko, Galileo - EÚ, BeiDou - Čína, IRNSS - India, QZSS - Japonsko a ďalej sa

rozširuje. Z uvedených sú zatiaľ v plnej prevádzke GPS a GLONASS, satelitné systémy patriace Indii a Číne zatiaľ pracujú len regionálne.

Pre potreby lokalizácie mobilných telefónov je možné využiť systém GSM, pomocou ktorého mobilné zariadenia komunikujú. Nie je však primárne určený na tieto úlohy, skôr sa využíva v núdzových prípadoch na lokalizáciu osôb pri záchranných prácach. Jeho presnosť silne závisí od množstva vysielacích veží v okolí a vzhľadom na ochranu práv spotrebiteľa nie je verejne dostupný.

• Interiérové riešenia

Na určenie polohy v budove alebo vo výrobe je možné použiť oveľa širšie spektrum technológií založené na rôznych princípoch. Keďže satelitná navigácia má v interiéri slabý dosah, je potrebné tento problém pokryť inými technickými prostriedkami.

WiFi technológie sa využívajú na lokalizáciu napr. na letiskách, vlakových staniaciach a v obchodných centrách. Môžu slúžiť čiastočne aj na exteriérovú navigáciu, nakoľko je dosah cca 150 metrov, presnosť sa pohybuje od 5-15 metrov. Rovnakým spôsobom sa dá využiť aj Bluetooth komunikácia, hoci jej dosah je len do 30 metrov ale presnosť je okolo 1-3 metrov [3].

Okrem elektromagnetického vlnenia, sa implementujú lokalizačné systémy založené na mechanickom vlnení. Tieto systémy využívajú ultrazvuk ktorý sa vlnením šíri cez vzduch a materiál budov.

Rádio-frekvenčná identifikácia (RFID) pozostáva z čítačky s anténou ktorá číta aktívne alebo pasívne tagy rozmiestnené vo svojej blízkosti. Zvyčajne čítané dáta pozostávajú z ID tagu, ktorý je priradený na určitú pozíciu v relatívnej mape objektu. Zatiaľ čo aktívne tagy potrebujú pre svoju činnosť batériu, sú objemnejšie a ťažšie, pasívne tagy sa spoliehajú na čítačku z ktorej sa prostredníctvom elektromagnetickej indukcie nabije napájací kondenzátor a tag je schopný odoslať informáciu. Okrem lokalizačných a navigačných úloh sa pasívne RFID tagy využívajú na označovanie zásielok a tovarov. Aktívne tagy je možné nájsť napr. v mýtnych jednotkách automobilov.

Pomocou programovateľných LED žiaroviek a fluorescenčných trubíc je možná

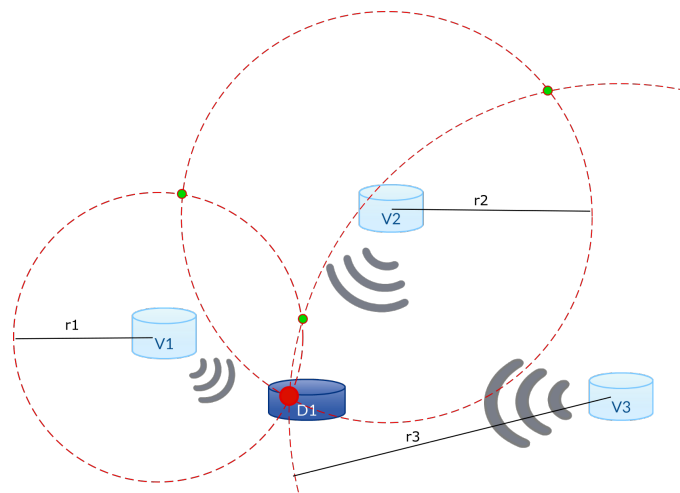
komunikácia prostredníctvom viditeľného svetla (VLC), dosah tejto technológie je obmedzený na viditeľnú vzdialenosťou od svetelného zdroja. Smart zariadenie s implementovanou kamerou alebo špeciálny foto-senzor môžu dosahovať presnosť 50cm. Svetelný zdroj môže pulzovo vysielat' napr. svoje identifikačné číslo alebo pridelený znak. Táto aplikácia je vhodná pre nasadenie na takých miestach, kde sa momentálne využívajú elektronické štítky, napr. supermarkety, hotely, parkovacie domy, nemocnice, kancelárske budovy, atď.

Spojením dotykových senzorov s kombinovaným polárnym súradnicovým systémom sa dá dosiahnuť presnosť lokalizácie od 0,1mm - 0,01mm. Dotykový senzor môže byť napríklad sonda s kalibrovaným ukazovateľom, resp. laserový lúč. Kombináciou polárneho súradnicového systému a senzora je možné detegovať pozíciu v priestore. Táto metóda je používaná hlavne v priemyselných riešeniach, kde musí byť prísne dodržiavaná požadovaná presnosť, napr. v geodézii, metroológii a priemysle. Na tradičné navigačné účely sa však tieto systémy nepoužívajú z dôvodu vysokej ceny, čo môže byť okolo 10 000 - 200 000 Euro, presnosť merania sa pohybuje od $15\mu\text{m}$ - 2mm . Nasadenie býva väčšinou v miestnostiach s rozlohou do 1200m^2 resp. s dosahom 80m - 2000m.

3.1 Princípy lokalizácie

Spomenuté technológie využívajú rôzne princípy meraní na určenie správnej pozície. Metódy založené na meraní času sa delia na dve hlavné skupiny (prehľad ostatných často využívaných metód je uvedený v [59]):

- **TOA (Time of Arrival)** alebo doba príchodu. Táto metóda je založená na meraní absolútneho času za ktorý dorazí signál od vysielača k prijímaču. Euklidova vzdialenosť medzi dvomi zariadeniami môže byť odvodená násobením času za ktorý signál cestoval s rýchlosťou vlny. Pokiaľ však vlna prechádza rôznymi materiálmi je potrebné poznať jej rýchlosť v daných podmienkach. TOA však silne závisí na presnej synchronizácii hodín vysielača a prijímača. Určenie polohy sa v tomto prípade premietne do priesečníkov krúžníc so stredmi určenými vysielačmi modulmi.

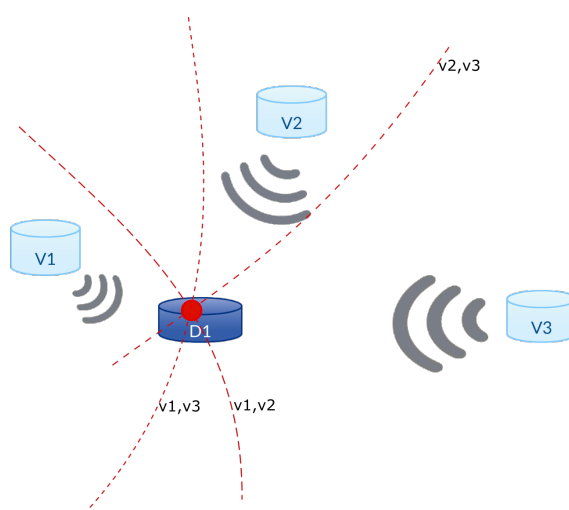


Obrázok 11: Triangulácia

- **TDOA (Time Difference of Arrival)** - pri meraní rozdielu časov príchodu nie je nutné, aby vysielač a prijímač mali synchronizovaný hodinový signál. Na rozdiel od prvého prípadu, nie je potrebné aby prijímač zaznamenával absolútny čas, za ktorý bol pulz vyslaný. Je potrebné poznať len rozdiel časov zo synchronizovaných vysielačov. Z dvoch vysielačích modulov sa získava jeden TDOA čas. Na určenie polohy sú potrebné minimálne dve takéto časové konštanty. Z troch vysielačov na známych pozíciách je možné určiť polohu objektu na hyperbole v 2D priestore, alebo zo štyroch prijímačov na hyperboloide v 3D priestore. Je tu využitá základná vlastnosť hyperboly, ktorá hovorí, že hyperbola je krivka konštantného rozdielu časov príchodu signálu vyslaného vysielačmi modulmi. Ohnisko každej hyperboly je určené týmito modulmi [16].

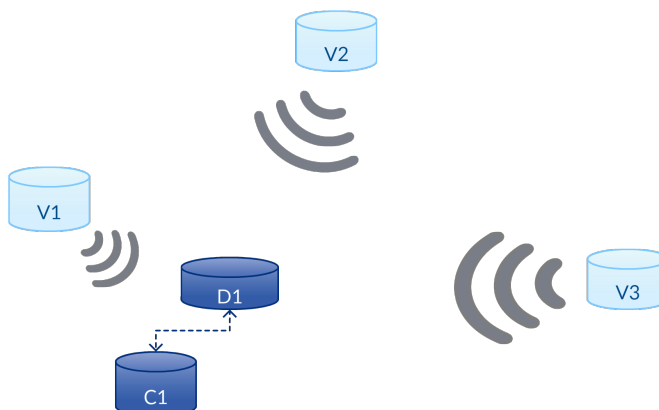
3.2 Využitie metód KS pri riešení lokalizačných úloh

Ako simulačný príklad využitia kompresného snímání vo WSN aplikáciách sme zvolili úlohu lokalizácie na základe akustických emisií. Základný scenár uvažuje s využitím nodov, ktoré sú vybavené reproduktorom, v úlohe vysielačov V1 až V3 a s jedným nodom D1, ktorý má za úlohu snímať vysielané akustické signály a zároveň je bodom záujmu lokalizácie. Aplikáciou KS na zaznamenaný signál a odosielaním riedkych vzoriek na spracovanie sa bude zaoberať spomenutý detekčný nod D1. Nakoľko uvažujeme s centralizovanou topológiou, vyhodnocovanie získaných dát sa bude uskutočňovať v



Obrázok 12: Multilaterácia

centrálom node C1 s dostatočnými výkonovými parametrami, kde na prijaté vzorky budú aplikované rekonštrukčné algoritmy a následne bude vyhodnocovaná pozícia objektu. Principiálna schéma úlohy je na znázornená na Obr. 13.



Obrázok 13: Ilustrácia simulačného príkladu.

Aby bolo možné ďalej pracovať s týmto príkladom, je potrebné zaviesť nové pojmy.

Kompresný pomer (KP)

Nech N je počet vzoriek signálu $\mathbf{y}(\mathbf{n})$ získaných pri rovnomernom vzorkovaní so vzorkovacou frekvenciou f_{vz} určenou Shanonovým teorémom na danom intervale a nech m je počet vzoriek signálu $\mathbf{y}(\mathbf{n})$ vybraných na tom istom intervale na základe meracej matice \mathbf{P} (popísanej v kapitole 2.5), potom je kompresný pomer definovaný ako

$$KP = \frac{N}{m}.$$

KP je základným ukazovateľom výhodnosti použitia kompresného snímania. Úlohou je maximalizovať KP pri zachovaní maximálnej prípustnej chyby rekonštrukcie.

Chyba rekonštrukcie

Chyba rekonštrukcie je definovaná ako stredná absolútna odchýlka rozdielu signálov

$$e = \frac{1}{N} \sum_1^N |r(n)|,$$

kde rozdiel signálov $r(n) = y(n) - y'(n)$, pričom $y'(n)$ je rekonštrukcia pôvodného generovaného signálu $y(n)$ zo vzoriek získaných kompresným snímaním a N je počet prvkov vektora $r(n)$. Po vynásobení konštantou $K=100$ uvádzame v ďalšom texte chybu v percentách. Chyba vo frekvenčnej oblasti je určená analogicky, ako stredná absolútna odchýlka rozdielu frekvenčných spektier.

Ďalšie pojmy nachádzajúce sa v texte a tabuľkách:

- **názov** - názov signálu
- f_1, f_2 - nosná frekvencia generovaného signálu, jednotka: Hz
- **pomer** - pomer nosných frekvencií definovaný ako f_2/f_1
- f_{vz} - vzorkovacia frekvencia, jednotka: Hz
- **meracia matica** - počet riadkov (m) meracej matice **P**
- **počet periód** - počet užitočných (nenulových) periód generovaného signálu s nosnou frekvenciou f_1, f_2

3.3 Simulačné prostriedky

Matlab

Na simulačné účely bola využitá knižnica L1-magic, ktorá má pôvod priamo v centre zrodu teórie kompresného snímania – na Stanfordovej univerzite. Je to zbierka Matlabovských rutín na riešenie lineárneho programovania a konvexnej optimalizácie, ktorá je zameraná na kompresné snímanie.

Simulačný skript má široké možnosti nastavenia parametrov, medzi hlavné patria:

1. Parametre pre generovanie signálu:

- frekvencia vzorkovania,
- nosná frekvencia signálu,
- počet periód,
- typ signálu,
- veľkosť šumu.

2. Parametre pre rekonštrukciu signálu:

- typ meracej matice,
- kompresný pomer,
- báza signálu,
- spôsob rekonštrukcie.

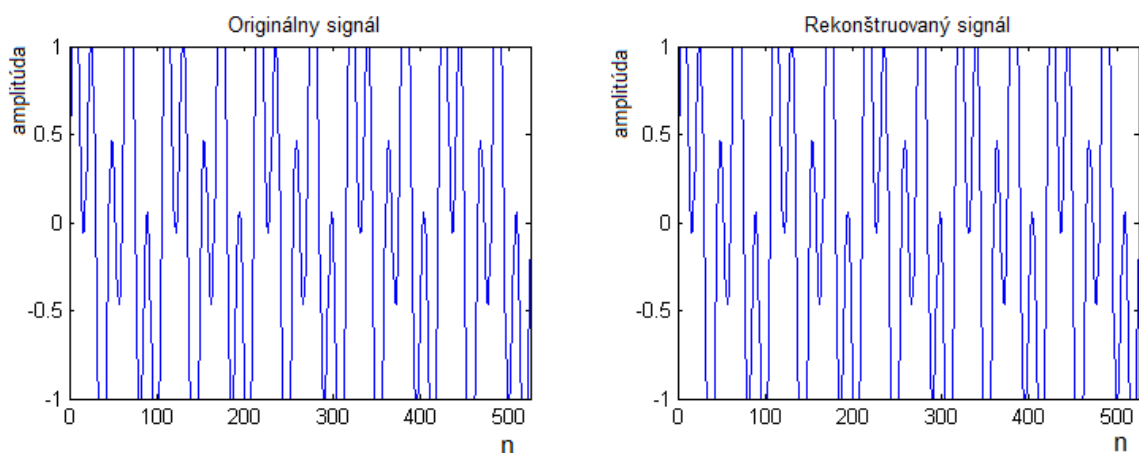
3. Parametre pre vyhodnotenie rekonštrukcie:

- vyhodnotenie chyby,
- čas výpočtu,
- typ vykreslenia,
- vykreslené položky.

Okrem týchto parametrov je možnosť implementácie vlastných rutín, potrebných pre analýzu zvolenej úlohy.

3.4 Vysielaný signál

V tejto úlohe je uvažované s využitím akustického signálu. Základnou úlohou bolo preskúmať typ vysielaného signálu - signál je možné vysielat' nepretržite v čase (continuous) alebo dávkovo (burst).



Obrázok 14: Signál cont_2 z Tab. 1 pred a po rekonštrukcii.

3.4.1 Continuous

V prípade vysielania nepretržitého signálu je rekonštrukcia menej náročná, čo znamená, že kompresný pomer môže dosahovať vyššie hodnoty pri požadovanej odchýlke, viď Tab. 1. Výslednú chybu môžeme považovať v praxi za nulovú, ide však o ideálny prípad (bez zavedenia šumu), kedy je vzorkovaný signál maximálne riedky. Ďalej vidno aj z Obr. 14, že signál pred a po rekonštrukcii vykazuje minimálnu chybu. Nevýhodou tohto snímania však je, že lokalizačná úloha nie je triviálne riešiteľná a nie je jednoznačne zrejmé v ktorej perióde sa daný signál nachádza, čiže určenie vzdialenosti nie je jednoznačné. Je možné implementovať ďalšie softvérové riešenia, napr. vloženie pomocných signálov do nepretržitého vysielania aby sa zabezpečila jednoznačnosť časových línií. S týmto riešením však dochádza aj k zvyšovaniu nárokov na výkon jednotlivých nodov siete, čo je nežiadúci efekt.

názov	f [Hz]	f _{vz} [Hz]	kompresný pomer	SNR [dB]	chyba [%]
cont_1	100	2000	100	-	6,1E-9
cont_2	200 a 500	2000	100	-	1,2E-8
cont_1a	100	2000	100	11	14,8
cont_2a	200 a 500	2000	100	11	35
cont_1b	100	2000	100	2,5	10,28
cont_2b	200 a 500	2000	100	2,5	25

Tabuľka 1: Kompresný pomer pri kontinuálnom vysielaní signálu.

názov	f [Hz]	f _{vz} [Hz]	meracia matica	KP	počet periód	chyba [%]
burst1f_01	100	2000	200	10	10	3,73
burst1f_02	200	2000	200	10	10	3,95
burst1f_03	300	2100	250	8,5	10	2,11
burst1f_04	400	2000	200	10	10	3,26
burst1f_05	500	2000	200	10	10	2,05
burst1f_06	800	4000	300	13	10	1,89
burst1f_07	1000	4000	200	20	10	1,6
burst1f_08	2000	8000	300	27	10	1,09

Tabuľka 2: Testy základných burst signálov a ich parametre.

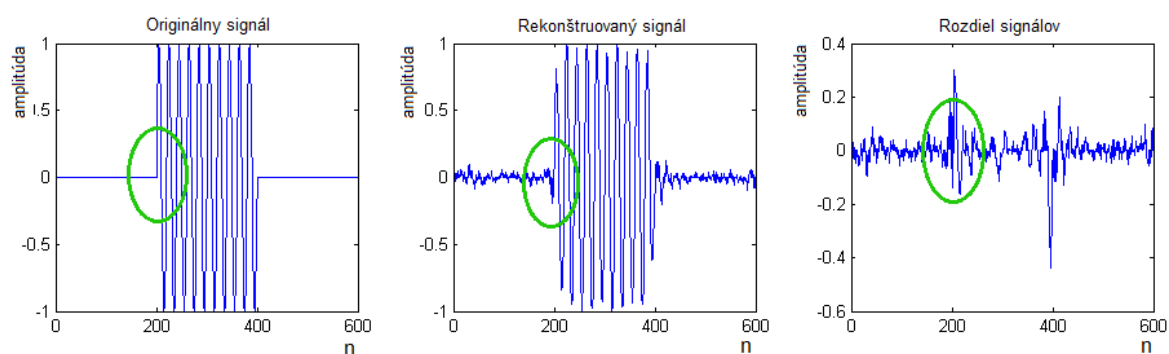
názov	f ₁ [Hz]	f ₂ [Hz]	pomer	f _{vz} [Hz]	KP	meracia matica	chyba [%]
burst2f_01a	100	300	3	4000	13,33	300	3,78
burst2f_01b	100	400	4	4000	13,33	300	1,5
burst2f_01c	100	130	1,3	4000	20	200	1,27
burst2f_02a	200	130	0,65	4000	20	200	3,02
burst2f_02b	200	350	1,75	4000	13,33	300	1,32
burst2f_03a	500	144	0,288	4000	20	200	2,68
burst2f_03b	500	630	1,26	4000	13,33	300	1,58
burst2f_04a	1000	1300	1,3	4000	13,33	300	1,53
burst2f_04b	1000	840	0,84	4000	13,33	300	1,17

Tabuľka 3: Testy kombinovaných burst signálov a ich parametre.

3.4.2 Burst

Úpravou vysielania z nepretržitého na dávkové bolo testami potvrdené, že kompresný pomer bude v takomto prípade nižší. Je možné však presnejšie analyzovať zachytený signál. V ideálnych podmienkach je možné určiť začiatok vysielania pomerne presne. V testoch bolo uvažované s využitím akustického burst signálu v rozsahu od 100Hz do 1kHz.

Simuláciami bolo overené, že rekonštrukcia môže byť považovaná za dostatočnú pokiaľ je chyba medzi originálnym a zrekonštruovaným signálom do 5%. Pri rekonštruovaných signáloch, ktoré obsahujú jednu nosnú frekvenciu s chybovosťou do 15% je táto frekvencia stále výrazne zastúpená, pričom signál v časovej doméne nie je použi-



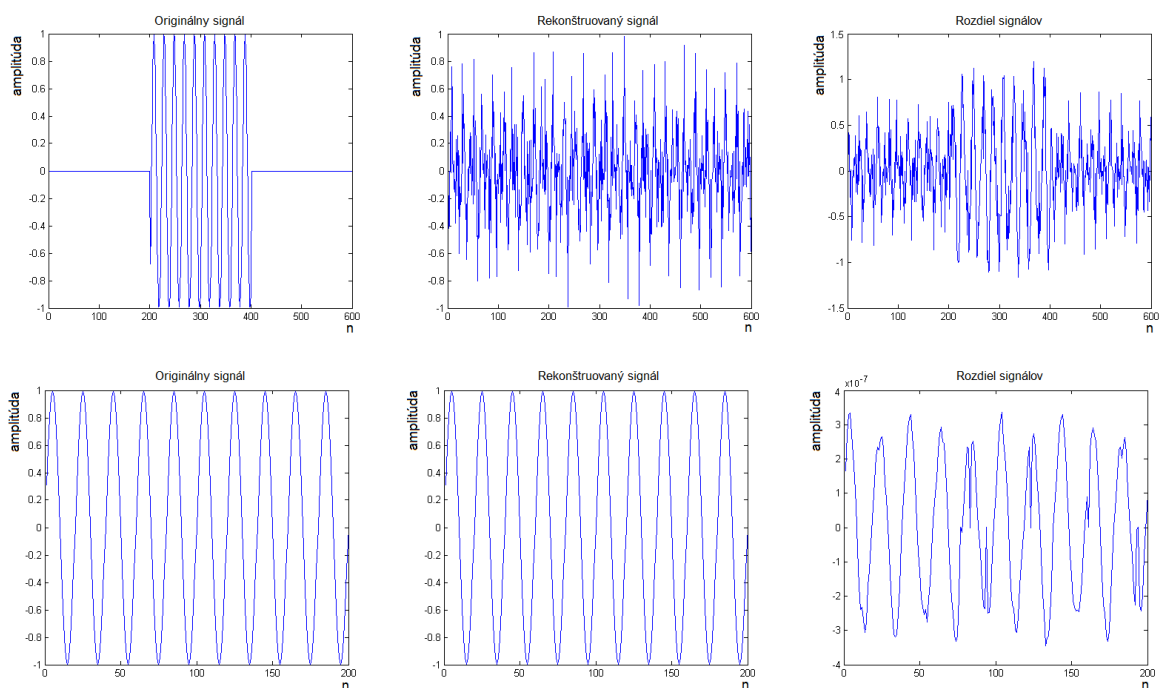
Obrázok 15: Signál burst pred a po rekonštrukcii a ukážka chyby na hranách. Kompresný pomer: 10, nosná frekvencia 100Hz.

teľný bez ďalších filtrácií. V Tab. 2 sú uvedené vybrané realizované pokusy – v prvom priblížení obsahovali testované burst signály jednu nosnú frekvenciu. Na každú z uvedených položiek bolo opakovane aplikovaných 100 testov a stĺpec *chyba* uvádza priemernú chybu zo všetkých iterácií. V ďalšej tabuľke Tab. 3 bol signál generovaný s využitím dvoch rôznych nosných frekvencií, pričom pomery frekvencií boli určené náhodne.

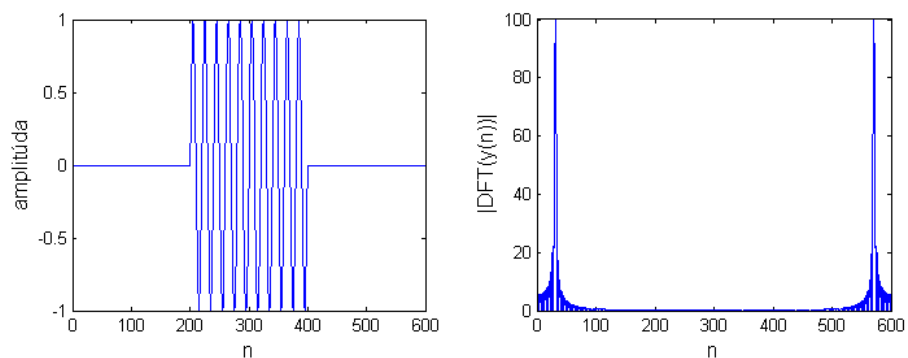
Pri testovaní tohto typu vysielania, bolo pozorovaných niekoľko dôležitých faktov. Pri rekonštrukcii burst signálu dochádza k vysokej chybovosti hlavne na jeho začiatku a konci Obr. 15. V prípade zachovania rovnakého kompresného pomeru ako pri signáli continuous bola dosiahnutá nepoužiteľná miera rekonštrukcie (Obr. 16), kde horný rad predstavuje signál burst a dolný rad signál continuous. Tieto poznatky viedli k ďalšej fáze úpravy generovaného signálu. Úlohou je generovať taký signál aby bola jeho reprezentácia vo frekvenčnej oblasti čo najredšia. Na vyhladenie spektra slúžia napr. váhovacé okná. Obrázky 17 a 18 ilustrujú použitie okna a vplyv na riedkosť frekvenčného spektra signálu. Reálne signály sú vo väčšine prípadov blízke riedkym. Zobrazený výsledok je test s Hammingovým oknom, ktorý potvrdil zlepšenie reprezentácie vo frekvenčnej oblasti. Ak nie je signál riedky v danej oblasti, tak potom aj rekonštrukcia signálu L1-minimalizáciou nadobúda výraznejšie chyby.

3.4.3 Použitie váhovacieho okna a jeho vplyv na frekvenčné spektrum

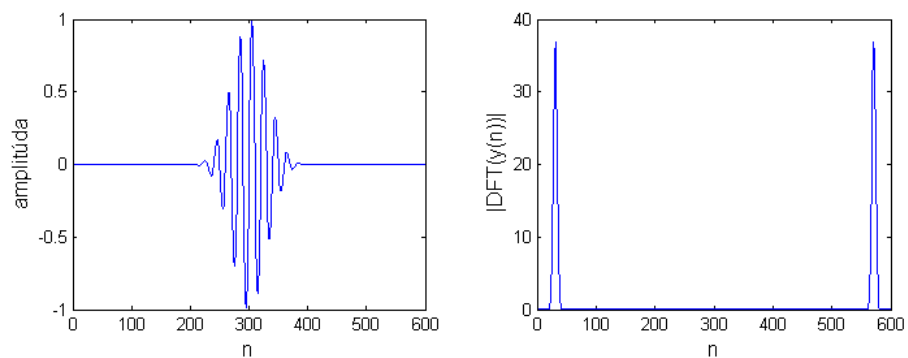
Za účelom zvýšenia kompresného pomeru a zachovania kvality rekonštrukcie boli na signál aplikované okná rôznych typov, okrem obdĺžnikového, ktorým je signál burst sám



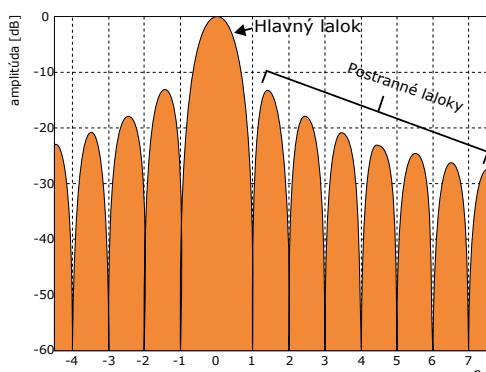
Obrázok 16: Porovnanie signálov continuous a burst pri zachovaní rovnakého $KP=200$. Prvý riadok zodpovedá signálu burst, druhý riadok signálu continuous.



Obrázok 17: Frekvenčné spektrum signálu burst bez použitia okna



Obrázok 18: Frekvenčné spektrum signálu burst s použitím okna



Obrázok 19: Frekvenčné spektrum - ukážka rozptylu spektra z nosnej frekvencie do postranných zložiek.

o sebe. Oknové funkcie boli aplikované postupne na signál s rôznou hodnotou odstupú signálu od šumu.

Oknové funkcie sú váhové funkcie [63], [4], ktoré sú aplikované na dáta aby bol zredukovaný spektrálny únik (Obr. 19 [11]), ktorý je spojený s pozorovaním konečného intervalu. Z pohľadu spracovania signálov je okno aplikované na základnú množinu, tak aby signál z ľubovoľnej frekvencie vykazoval významnú amplitúdu iba na tých bázičických vektoroch, ktoré majú frekvenciu blízko frekvencie signálu.

Z matematického pohľadu sú to funkcie, ktoré majú nulové funkčné hodnoty mimo vybraný interval. Proces váhovania funguje tak, že pôvodný signál je násobený oknovou funkciou. Na výsledný signál môže byť ďalej aplikovaná požadovaná operácia, najčastejšie spektrálna analýza. V ďalšom texte sú stručne popísané oknové funkcie použité v našom prípade, kde N reprezentuje šírku okna a n poradie vzorky.

Bartlettové okno

Podobá sa trojuholníkovému oknu, s tým rozdielom, že má vždy nulové zložky na okrajových vzorkách. Funkciu je možné vyjadriť ako

$$w(n) = \begin{cases} \frac{2n}{N}, & 0 \leq n \leq \frac{N}{2} \\ 2 - \frac{2n}{N}, & \frac{N}{2} \leq n \leq N, \end{cases}$$

alebo všeobecne ako

$$w(n) = 1 - \frac{2|n - \frac{N}{2}|}{N},$$

dĺžka okna je $N + 1$.

Bartlett-Hannové okno

Táto oknová funkcia je kombináciou váhovaného Bartlettového a Hannového okna s blízkymi aj ďalekými postrannými lalokmi nižšími ako vykazuje Bartlettové aj Hannové okno. Šírka hlavného laloku nie je zväčšená vzhľadom na Bartlettové ani na Hannové okno, predpis pre výpočet koeficientov je

$$w(n) = 0,62 - 0,48 \left| \left(\frac{n}{N} - 0,5 \right) \right| + 0,38 \left(2\pi \left(\frac{n}{N} - 0,5 \right) \right),$$

kde $0 \leq n \leq N$ a dĺžka okna je $N + 1$.

Blackman-Harrisové okno

Je zovšeobecnením rodiny Hammingových okien, vzniklo pridaním viacerých navzájom posunutých sinusoid, tak aby bola minimalizovaná amplitúda postranných lalokov. Oproti samotnému Blackmanovému oknu je do rovnice pridaný koeficient a_3 , ide teda o 4-výrazový predpis:

$$w(n) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) - a_3 \cos\left(\frac{6\pi n}{N-1}\right),$$

kde $a_0 = 0,35875$; $a_1 = 0,48829$; $a_2 = 0,14128$; $a_3 = 0,01168$. Pokiaľ sa jedná o aplikáciu periodického okna, každý menovateľ bude namiesto $N - 1$ obsahovať N prvkov.

Gaussové okno

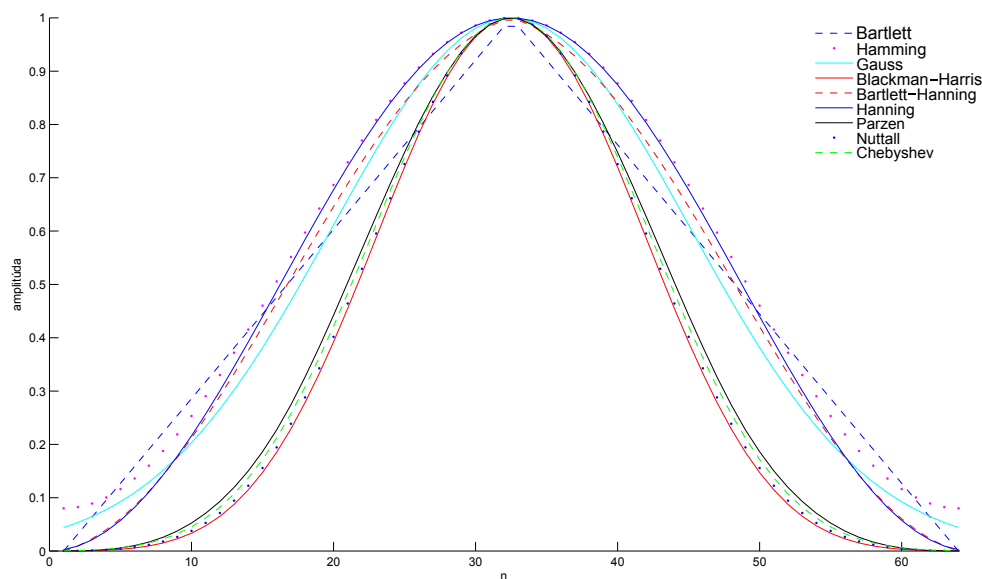
Koeficienty Gaussového okna sú počítané na základe nasledujúcej rovnice

$$w(n) = e^{-\frac{1}{2}\left(\alpha \frac{n}{(N-1)/2}\right)^2} = e^{-n^2/2\sigma^2},$$

kde $-(N-1)/2 \leq n \leq (N-1)/2$ a α je inverzne proporčná štandardnej odchýlke σ Gaussovej náhodnej premennej. Exaktný súvis so štandardnou odchýlkou Gaussovej pravdepodobnostnej hustoty funkcie je $\sigma = (N-1)/(2\alpha)$.

Chebyshevové okno

Nazýva sa tiež Dolph-Chebyshevové a sa vyznačuje niekoľkými vlastnosťami. Toto okno na rozdiel od Hannového, Hammingového alebo Blackmanového má nastaviteľnú úroveň postranných zložiek. Pre užívateľsky definovanú šírku postranných zložiek produkuje jednoznačne najužší hlavný lalok oproti ostatným oknovým funkciám. Výchozia hodnota tlmenia postranných zložiek je 100dB. Optimálna oknová transformácia



Obrázok 20: Váhovacie okná, ktoré boli použité pri testovaní. Ilustrácia je vykreslená na párnom počte prvkov, $N=64$.

je daná ako

$$W(\omega_k) = \frac{\cos \left\{ N \cos^{-1} \left[\beta \cos \left(\frac{\pi k}{N} \right) \right] \right\}}{\cosh \left[N \cosh^{-1}(\beta) \right]}, k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$$

$$\beta = \cosh \left[\frac{1}{N} \cosh^{-1}(10^\alpha) \right], \alpha \approx (2, 3, 4).$$

Okno nulovej zložky (zero-phase) $w(n)$ sa potom vypočíta ako inverzná DFT z $W(\omega_k)$, parametrom α sa nastavuje utlmenie postranných zložiek, napr. ak $\alpha = 2$ postranné zložky sú utlmené o 40dB oproti hlavnej zložke. Podrobnejší popis možno nájsť v [2].

Hannové okno

Hannové alebo tiež Hanningové okno sa používa pri potlačení chýb vzorkovania. Na okrajoch intervalu dosiahne vstupný signál nulové hodnoty. Vo frekvenčnej oblasti dôjde k miernemu rozšíreniu hlavného laloku, tým pádom k zníženiu rozlíšenia nosnej frekvencie. Oknová funkcia má predpis

$$w(n) = 0,5 \left(1 - \cos \frac{2\pi n}{N-1} \right).$$

Hammingové okno

Toto okno je upravenou verziou Hannovej funkcie, miernou úpravou koeficientov je dosiahnuté, že okrajové hodnoty vstupnej funkcie sa vo výsledku nenulujú, predpis funkcie je nasledovný

$$w(n) = \alpha - \beta \cos \frac{2\pi n}{N-1},$$

kde $\alpha = 0,54$, $\beta = 0,46$.

Nuttallové okno

Nuttallové okno je založené na rovnakom princípe ako Blackman-Harrisové (B-H) okno, rozdiel spočíva v miernej úprave koeficientov a v tom, že okrajové hodnoty s indexom $n = 0$ a $n = N - 1$ sú nulové, pričom B-H okno má na tomto mieste malé nenulové zložky. Okno je minimalizované v tom zmysle, že jeho maximálne postranné zložky sú o niečo menšie ako pri B-H okne. Predpis je rovnaký ako vyššie

$$w(n) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) - a_3 \cos\left(\frac{6\pi n}{N-1}\right),$$

kde $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$, koeficienty sú mierne upravené $a_0 = 0,3635819$; $a_1 = 0,4891775$; $a_2 = 0,1365995$; $a_3 = 0,0106411$. Rovnako ako pri B-H okne sa hodnota zlomku pre periodickú funkciu zmení z $N - 1$ na N .

Parzenové okno

Parzenové okno je tiež známe ako de la Vallée okno, je štvrtého rádu a vychádza z rodiny B-spline okien, jeho interval je definovaný na $-\frac{N-1}{2} \leq n \leq \frac{N-1}{2}$ a má predpis

$$w(n) \begin{cases} = 1 - 6 \left(\frac{|n|}{N/2}\right)^2 + 6 \left(\frac{|n|}{N/2}\right)^3, & 0 \leq |n| \leq (N-1)/4 \\ 2 \left(1 - \frac{|n|}{N/2}\right)^3, & (N-1)/4 < |n| \leq (N-1)/2. \end{cases}$$

aplikované okno	bez šumu chyba [%]	SNR=11dB chyba [%]	SNR = 2,5dB chyba [%]
bez okna	4,4005	6,8020	10,4077
Bartlett	0,2543	3,6553	5,7728
Hamming	0,1975	3,0891	6,2740
Gauss	0,1782	2,6845	6,4022
Blackman-Harris	0,0895	3,8651	4,5833
Bartlett-Hanning	0,0851	3,6039	6,0955
Hanning	0,0602	2,7795	7,2183
Parzen	0,0305	3,4071	4,9526
Nuttall	0,0043	3,5920	4,5528
Chebyshev	0,0024	3,1662	4,5753

Tabuľka 4: Aplikácia rôznych oknových funkcií na signál s parametrami: $f = 100Hz$, $f_{vz} = 2000Hz$; počet riadkov meracej matice = 200; KP = 10. Priemerná chyba je vypočítaná z desiatich opakovaní rekonštrukcie.

Vplyv šumu na okná

Vysielaný signál bol váhovaný na celom intervale burst signálu. Z Tab. 4 je viditeľné, že úpravou signálu pomocou okna sa chyba výrazne znížila oproti signálu bez použitia váhovania, tučným písmom sú vyznačené najmenšie chyby po rekonštrukcii oproti pôvodnému signálu. Experiment prebiehal na troch testovacích scenároch s pridaním rôznej úrovne šumu:

- nezašumený signál,
- biely šum so SNR = 11dB,
- biely šum so SNR = 2,5dB.

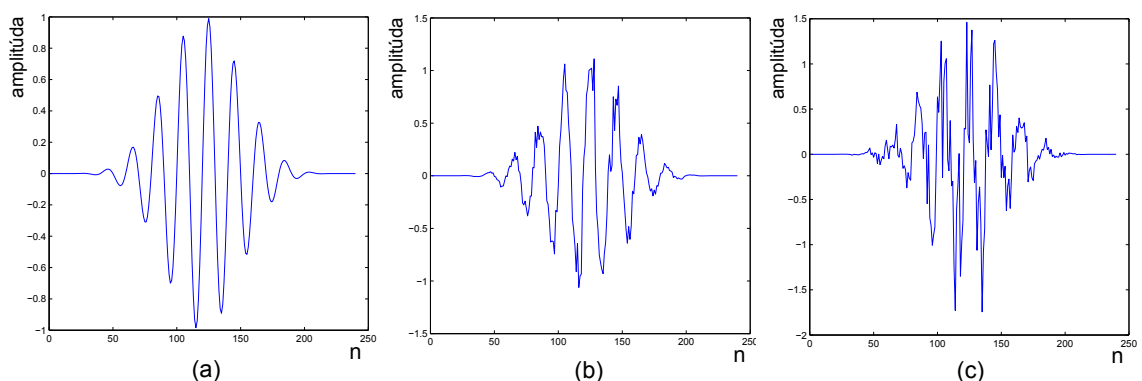
Po aplikácii okna je najvýraznejší rozdiel v chybe viditeľný v prípade nezašumeného signálu.

Na základe experimentov, bola maximálna prípustná miera chybovosti určená pre daný signál tak, ako je uvedené v Tab. 5. Tabuľka udáva pri akej maximálnej chybe rekonštrukcie je možné rozoznať a využiť parametre signálu bez nutnosti ďalšej filtrácie rekonštruovaných dát. Z tabuľky je zrejmé, že pre rozoznanie nosnej frekvencie je dovolená v niektorých prípadoch podstatne väčšia chyba ako pre rozoznanie časového

počet nosných frekvencií	aplikácia okna	frekvenčná oblasť max. chyba [%]	časová oblasť max. chyba [%]
1	nie	15	15
1	áno	7	5
2	nie	15	7
2	áno	5	5

Tabuľka 5: Maximálna prípustná chyba rekonštruovaného signálu $y'(n)$ oproti pôvodnému generovanému signálu $y(n)$. Parametre generovaných signálov sú nasledovné: signál s jednou nosnou frekvenciou: $f_1 = 100\text{Hz}$, $f_{vz} = 2000\text{Hz}$; signál s dvomi nosnými frekvenciami: $f_1 = 100\text{Hz}$, $f_2 = 370\text{Hz}$, $f_{vz} = 2000\text{Hz}$. Aplikované bolo Chebyshevové okno a test rozoznatelnosti bol opakovaný 100-krát.

priebehu signálu (detekcia začiatku vysielania). Na základe tabuľky môžeme uvažovať najlepší prípad a to, že maximálna miera chybovosti je 5 %. Ak by sme chceli zachovať kompresný pomer, na rekonštrukčné účely by v tomto prípade mohol byť využitý len nezašumený signál podľa Tab.4. Pri váhovaní zašumených signálov nie je chyba až tak výrazne zredukovaná ako v prvom prípade, dostáva sa však stále pod prípustnú hranicu. Signál bez aplikácie okna v prípade zašumenia nie je vhodný na ďalšie spracovanie. Obr. 21 ukazuje signál vo všetkých troch prípadoch pridania šumu, v tomto prípade bolo použité Chebyshevové okno. Superponovaný šum mal charakter bieleho šumu s nulovou strednou hodnotou.

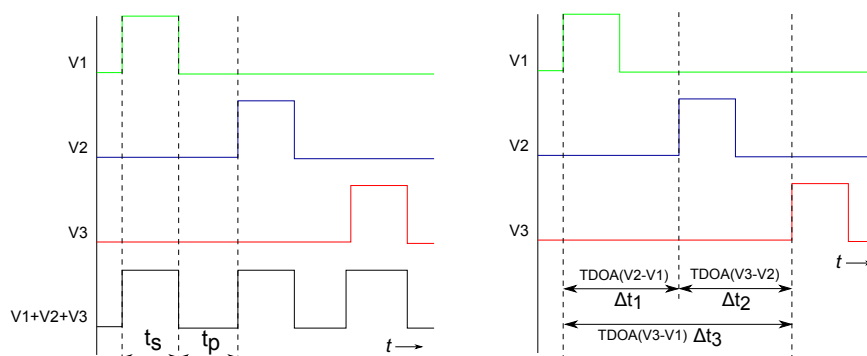


Obrázok 21: Singál s aplikovaným Chebyshevovým oknom - bez vplyvu šumu (a), so superponovaným šumom o hodnote (b) $\text{SNR} = 11\text{dB}$ a (c) $\text{SNR} = 3\text{dB}$.

3.5 Parametre vysielaného signálu

Lokalizačné úlohy založené na TDOA (kap. 3.1) nepredpokladajú, že vysielacie nody majú spoločný synchronizačný signál so snímacím nodom. Synchronizácia prebieha len vo vysielateľoch, pre reálnu WSN môže byť využitý napr. synchronizačný algoritmus *FUSA* [29].

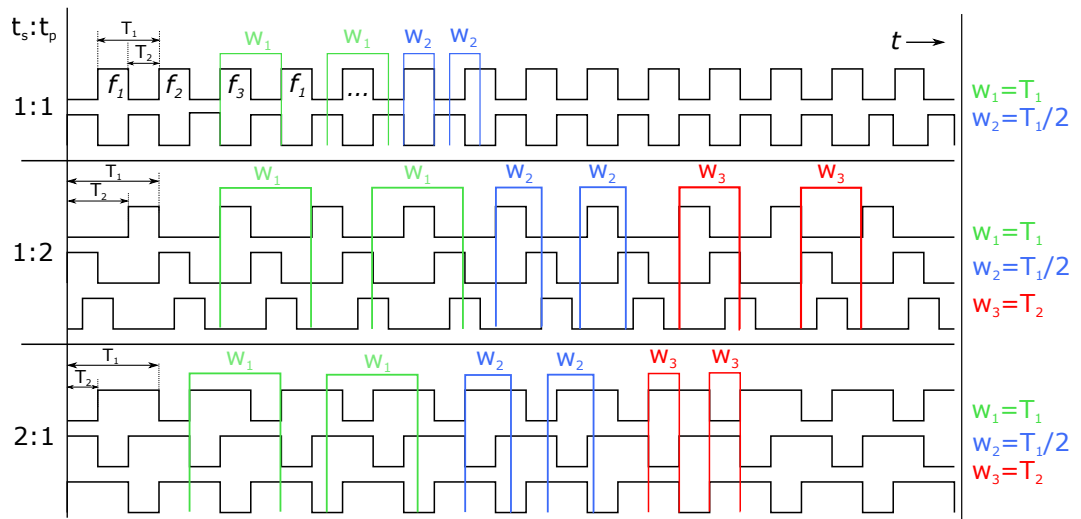
Vo všeobecnosti platí, že vysielateľe môžu generovať dáta alebo signály, ktoré sú jednoznačne identifikovateľné, pre digitálne signály (RF-signály) to môže byť napr. identifikátor s definovanou polohou v lokalizačnej mape, unikátne číslo zariadenia, relatívne súradnice alebo presné geografické súradnice. Po získaní identifikátorov a časov rozdielu ich prijatia sa pomocou multilaterácie určí poloha sledovaného objektu.



Obrázok 22: Vysielací cyklus pre tri vysielateľe V1, V2, V3 a získanie časov oneskorenia.

V našom prípade je vysielaný signál akustický. Aby boli jednoznačne určené vysielateľe, každý vysielateľ priradený signál so špecifickou frekvenciou v rozsahu 100Hz - 1kHz. Synchronizované vysielateľe vysielajú podľa časového priebehu navrhnutého na Obr. 22. Čas t_s predstavuje časový úsek, počas ktorého je daný vysielateľ aktívny. Každý vysielateľ musí vygenerovať signál s minimálnym počtom periód 10. Ak uvažujeme najjednoduchší príklad, znamená to, že dĺžka t_s je zdola ohraničená vysielacou frekvenciou 100Hz, čo predstavuje vysielanie s dĺžkou 100ms. Vysielateľ s nastavenou maximálnou frekvenciou ($f_1=1\text{kHz}$) vysielá teda 100 periód signálu. Signál môže obsahovať viacero nosných frekvencií, pre tento prípad uvažujeme s jednou a dvoma nosnými frekvenciami (Tab. 2 a 3). Okrem času vysielania je definovaný aj pokojový stav t_p . Ak berieme do úvahy obdĺžnikovú miestnosť s rozmermi $a \times b$, potom najväčšia možná vzdialenosť vysielateľa od lokalizovaného objektu je daná dĺžkou uhlopriečky c . Veľkosť prestávky medzi vysielaním je definovaná ako $t_p > c/v$, kde v je rýchlosť šírenia akustického

signálu v danom prostredí. V simulácii uvažujeme miestnosť s $a = 30m$ a $b = 30m$, potom je minimálna dĺžka prestávky $t_p > 141ms$ ($42,42m/300ms^{-1}$). Pri rekonštrukcii signálu L1-minimalizáciou by mal byť daný signál čo najredší, s ohľadom na túto skutočnosť je nutné nastaviť aj vhodný pomer parametrov vysielania t_s a t_p . Na Obr. 23 je znázornený vysielaný signál s rôznymi pomermi $t_s : t_p$. Ďalej sú tieto signály preložené oknami w_1 až w_3 . Okná slúžia na výber úseku signálu, ktorý je analyzovaný. Dĺžka okien na obrázku je určená periódami T_1 a T_2 . V našom prípade využívame druhý typ konfigurácie, čiže $t_s : t_p = 1 : 2$. Pre analýzu signálu je potrebné aplikovať okno w s definovanou dĺžkou, ako vidieť z obrázku 23 (pri konfigurácii 1:2). Najdlhšie okno, ktoré má zmysel pre analýzu sa rovná dĺžke periódy T_1 , čo predstavuje súčet časov vysielania a prestávky. Ako však bolo spomenuté, pre rekonštrukčné účely je snaha analyzovať signál s minimálnym počtom nosných frekvencií. Vzhľadom na to, že počas vysielania sa frekvencie striedajú (v našom prípade tri frekvencie vid' Obr. 23 (f_1 až f_3)) znamená to, že oknom w_1 v niektorých prípadoch zachytíme dva čiastočné burst signály s rôznymi frekvenciami. Keď používame okná w_2 alebo w_3 tak v ideálnom prípade je potrebné rekonštruovať len signál z jedného vysielateľa. Obe okná vyhovujú požiadavkám, čo znamená že $w \in (T_1/2; T_2)$.



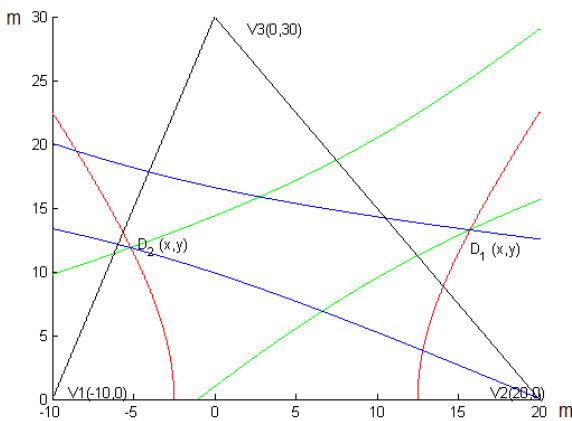
Obrázok 23: Možnosti konfigurácie vysielacích periód burst signálov a vplyv šírky okna na analyzovaný signál. Použitie troch vysielateľov s nulovým oneskorením signálov. Ilustračný príklad uvažuje ideálny prípad, čo znamená že objekt D1 sa nachádza na priesečníku hyperbol s nulovým oneskorením.

3.6 Vyhodnotenie polohy objektu D1

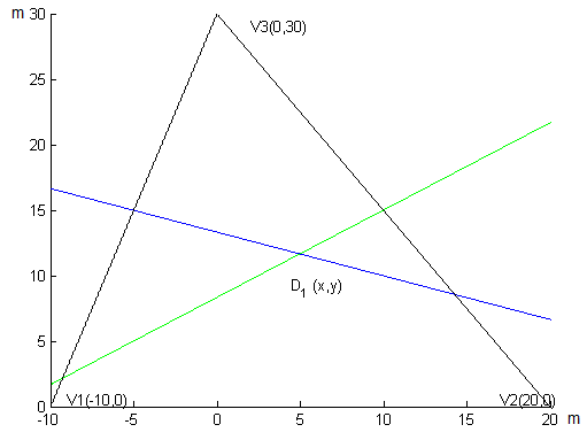
Odhad rozdielu časov príchodu (TDOA) je možné realizovať dvoma spôsobmi: odpočítaním TOA z merania dvojice vysielačov (systém so spoločným hodinovým signálom) a získať tak relatívny TDOA, alebo použitím metód vzájomnej korelácie. Korelačná funkcia pre diskkrétne signály $x(n)$ a $y(n)$ má tvar:

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n-l); \quad r_{xy}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n-l)y(n), \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 2, \dots$$

Vzájomná korelácia je metóda ktorá indikuje rozloženie energie v signáli. Typickými aplikačnými oblasťami pre koreláciu je radar, sonar, satelit alebo bezdrôtová komunikácia. Týmto spôsobom sa určí časť signálu s najvyššou energiou. V našom prípade to znamená určiť stredy vysielačových burst signálov a tým pádom aj TDOA. Pomocou multilaterácie na Obr. 24 určujeme polohu hľadaného objektu D1. Hlavnú os červej hyperboly tvorí priamka na ktorej ležia body V1, V2, ktoré sú zároveň ohniskami hyperboly. Analogicky modrá hyperbola má ohniská v bodoch V3, V1 a zelenej pripadajú body V3, V2. Na určenie polohy v rovine je potrebné získať minimálne dve hyperboly. Zo známych časov TDOA je zrejmé, ktorá vetva hyperboly je hľadaným riešením [44]. Na uvedenom simulačnom obrázku boli časy oneskorenia $\Delta t_{V1V2} = 50ms$, $\Delta t_{V3,V2} = 30ms$ a $\Delta t_{V1V3} = 20ms$. V prípade, že sa objekt nachádza v rovnakej vzdialenosti od všetkých troch vysielačov, oneskorenie každého signálu po odčítaní t_p medzi vysielačmi je nulové, ilustrácia je na Obr.25.



Obrázok 24: Multilaterácia.



Obrázok 25: Multilaterácia, $\Delta t_1 = 0, \Delta t_2 = 0$.

3.7 Simulácia

Na základe predošlej analýzy sme pristúpili ku konkrétnym scenárom overenia predložených poznatkov. V simuláciách sme sa rozhodli použiť pre zvýšenie presnosti určenia polohy štyri vysielateľe. Ďalším faktorom, ktorý rozhoduje o presnosti riešenia je aj frekvencia vzorkovania signálu. Pri vzorkovaní frekvenciou 8 kHz sa dostávame na rozlíšenie 125ms. Keď pracujeme s frekvenciou 44,1 kHz presnosť sa zvýši na $22,6\mu s$ čo predstavuje odchýlku $\pm 6,8mm$. Plocha na ktorej je simulovaná lokalizačná úloha má rozmer $a = 30m$ a $b = 30m$, rovnako ako v predošlej analýze. Z toho vyplýva aj minimálna dĺžka prestávky $141ms$. Trvanie základného cyklu vysielania po pridaní ďalšieho vysielateľa je $1200ms$, pričom pre každý vysielateľ je $t_s = 100ms$ a $t_p = 1,1s$. Vysielateľe sú umiestnené v rohoch simulovanej miestnosti. Ďalší postup simulácie je nasledovný:

- vygeneruje sa náhodná pozícia lokalizovaného objektu,
- vypočíta sa fázový posunu signálu vzhľadom na dané miesto,
- v náhodnom čase začne vzorkovanie signálu,
- uskutoční sa rekonštrukcia signálu
- identifikuje sa stred burst signálu,
- odpočítajú sa vzdialenosti stredov signálu, čiže TDOA,
- určí sa pozícia lokalizovaného objektu,
- vyhodnotí sa absolútna odchýlka vygenerovanej pozície a určenej pozície.

Experiment bol ďalej rozdelený na dve kategórie: vysielanie signálu s jednou nosnou frekvenciou jedným vysielateľom a vysielanie signálu s dvomi nosnými frekvenciami jedným vysielateľom. Parametre a výsledky jednotlivých experimentov sú popísané v nasledujúcich scenároch.

3.7.1 Scenár A

Pri simulácii vysielania sme použili akustický signál s jednou frekvenciou pre každý vysielateľ. V tomto prípade mali jednotlivé vysielateľe priradené nasledovné frekvencie:

$V1 : 100Hz$, $V2 : 300$, $V3 : 500$, $V4 : 700Hz$. Na signál bolo aplikované Chebyshevové okno. Lokalizácia bola testovaná pre nezašumené a zašumené signály. Výsledky možno nájsť v nasledujúcej Tab. 6.

KP	SNR [dB]	chyba rek. [%]	absolútna odchýlka [cm]	KP	SNR [dB]	chyba rek. [%]	absolútna odchýlka [cm]
88	-	0,078	4,21	100	-	0,083	4,34
88	11	2,42	13,98	100	11	4,23	18,12
88	2,5	4,25	33,57	100	2,5	3,89	39,45

Tabuľka 6: Scenár A

3.7.2 Scenár B

Pri tomto scenári boli pre každý vysielač použité dve frekvencie. Z predchádzajúcej analýzy bolo zistené, že pomer (násobok) f_1 a f_2 nemajú zásadný vplyv na rekonštrukciu. Pre jednotlivé vysielače boli zvolené nasledujúce frekvencie: $V1 : 1kHz$ a $300Hz$; $V2 : 700Hz$ a $400Hz$; $V3 : 300Hz$ a $500Hz$; $V4 : 100Hz$ a $600Hz$. Lokalizácia bola ako v predchádzajúcom prípade testovaná so zašumenými a nezašumenými signálmi a bolo aplikované Chebyshevové okno.

KP	SNR [dB]	chyba rek. [%]	absolútna odchýlka [cm]	KP	SNR [dB]	chyba rek. [%]	absolútna odchýlka [cm]
88	-	0,06	5,01	100	-	0,22	5,79
88	11	0,98	15,21	100	11	1,81	13,45
88	2,5	3,21	37,24	100	2,5	5,33	45,01

Tabuľka 7: Scenár B

Simuláciou bolo overené, že výsledky oboch scenárov sú porovnateľné. V jednom prípade vykazuje Scenár B lepšie riešenie ako Scenár A (Tab. 7: KP = 100, SNR = 11). Vo väčšine prípadov, sú však výsledky získané scenárom A presnejšie. Pre každý prípad bolo uskutočnených 50 simulácií. Použitý kompresný pomer je oveľa väčší ako KP, ktorý bol použitý v analýze. Experimentálne bolo potvrdené, že pri $f_{vz} = 44,1kHz$ je dosiahnutá maximálna prípustná chyba s vybratím len 441 vzoriek - čomu zodpovedá KP = 100. V jednom prípade bola hranica prípustnej chyby 5 % prekročená, Tab.7, KP=100, SNR = 2,5. Kompresný pomer nebol ďalej zvyšovaný vzhľadom na dlhší čas

rekonštrukcie, ktorý by bol potrebný a v reálnych aplikáciach by algoritmus potom nemusel mať uplatnenie. Čas rekonštrukcie pri $KP = 100$ bol približne 35 sekúnd a pri $KP = 88$ priemerne 8 sekúnd. Rekonštrukcia bola realizovaná na PC s výkonovými parametrami: procesor Intel Core i3 2,4GHz; RAM: 4GB, 64-bitový operačný systém Windows 8.1.

3.8 Vplyv na spotrebu

Určenie spotreby WSN modulov je komplexná záležitosť, závisí od viacerých faktorov - od počtu inštrukcií ktoré ovplyvňuje hlavne nastavenie kompilátora, štýl programovania, využívanie pamäte, ale aj typ inštrukcií, ktoré daný MCU podporuje. Energia spotrebovaná na jednu inštrukciu je ovplyvnená najmä stavom vnútorných obvodov procesora a operandmi daných funkcií. Veľkosť spotrebúvanej energie WSN modulom sa líši v závislosti od toho v akom štádiu sa nachádza užívateľský program. Najväčšie požiadavky na energiu má zvyčajne práca s perifériami, tu spadá napr. získavanie dát AČ-prevodom, vysielanie informácií pomocou externého komunikačného modulu a ovládanie ďalších potrebných periférnych zariadení. V našom prípade sa zameriavame na rozdiel v spotrebe pri využití kompresného snímania a bez jeho používania. Pre zovšeobecnenie vyhodnotenia použijeme nasledujúce premenné:

- C_1, C_2, C_3 - celkové náklady na vzorkovanie, spracovanie a prenos,
- e_1, e_2, e_3 - energia potrebná na vykonanie jednej operácie (vzorkovanie, spracovanie a prenos),
- N - počet prvkov úlohy s klasickým prístupom,
- M - počet prvkov úlohy s využitím KS.

Ďalej predpokladáme, že $e_3 \gg e_1 > e_2$. Na základe nasledujúcich vzťahov je možné porovnať výhodnosť jednotlivých riešení na vybranom zariadení.

$$C = C_1 + C_2 + C_3,$$

$$C_1 = Ne_1; C_2 = Ne_2; C_3 = Ne_3,$$

$$C'_1 = Me_1; C'_2 = Me_2; C'_3 = Me_3.$$

Vzorkovanie a spracovanie Pri klasickom snímaní je vzorkovaný celý úsek okna w počtom vzoriek N (a), pri kompresnom snímaní počtom vzoriek M (b) a často je využívaná aj kombinácie týchto metód v zmysle klasického vzorkovania a následného vyberania M požadovaných vzoriek (c).

$$(a) C_1 = Ne_1; C_2 = 0e_2,$$

$$(b) C_1 = Me_1; C_2 = 0e_2,$$

$$(c) C_1 = Ne_1; C_2 = Me_2.$$

Prenos dát Konštanta e_3 je považovaná za najväčšiu z toho dôvodu, že vysielacie moduly požadujú najväčšie množstvo energie pre svoju činnosť. Energiu na prenos v jednotlivých prípadoch môžeme vyjadriť nasledovne

$$(a) C_3 = Ne_3,$$

$$(b) C_3 = Me_3,$$

$$(c) C_3 = Me_3.$$

Celková spotreba Celkovú spotrebu zariadenia pri rôznych scenároch môžeme vyjadriť nasledovne

$$C_a = Ne_1 + 0e_2 + Ne_3,$$

$$C_b = Me_1 + 0e_2 + Me_3,$$

$$C_c = Ne_1 + Me_2 + Me_3.$$

Vieme, že $KP = N/M$, v simuláciách sme dosiahli použiteľný $KP \approx 10$. Konštantu N teda môžeme substituovať ako $10M$ a vyjadriť porovnanie riešení

$$C_a = 10Me_1 + 10Me_3,$$

$$C_b = Me_1 + Me_3,$$

$$C_c = 10Me_1 + Me_2 + Me_3.$$

V technickej dokumentácii každého elektronického zariadenia (MCU, vysielací modul, externý AČ prevodník) je uvedená spotreba zariadenia pri vykonaní jednej inštrukcie a rovnako sa udáva aj počet inštrukcií pre danú operáciu. Z uvedených vzťahov vyplýva, že scenár (a) má najvyššie nároky na energiu, za ním nasleduje scenár (c). Spotreba na (pred)spracovanie v prípade scenára (b) závisí vo všeobecnosti aj od toho ako je implementovaný algoritmus kompresného vzorkovania. V tomto prípade je vyjadrená ako nulová, nemusí to však platiť vo všetkých prípadoch. Výhodnosť použitia riešenia s kompresným snímaním závisí aj od hodnoty kompresného pomeru. Vo výpočte spotreby nie sú zahrnuté náklady na rekonštrukciu, lebo v návrhu aplikácie uvažujeme s centrálnym nodom ktorý splňa energetické aj výkonové nároky na rekonštrukciu dát.

Záver

Možnosti využitia kompresného snímania vo WSN aplikáciach sa neustále rozširujú. Úlohou práce bolo preskúmať možnosti využitia kompresného snímania v aplikácii lokalizácie objektu v bezdrôtových sieťach senzorov. Pomocou tejto aplikácie by bolo možné sledovať napríklad pohyb prepravného vozíka vo výrobnjej (logistickej) hale alebo sledovať polohu robotického ramena a následne ho aj riadiť. Nedávno pomenovanou oblasťou využívajúcou senzorové riešenia a WSN je Industry IoT (IIOT) v ktorej by mohli mať tieto metódy využitie a informácie by mohli byť zdieľané prostredníctvom intranetu alebo internetu. V práci boli skúmané viaceré aspekty tejto úlohy podľa definovaných cieľov.

Kompresné snímanie vychádza z teórie riedkej reprezentácie dát. Preto bolo základnou úlohou nájsť vhodný signál, ktorý je riedky v určitej doméne. Ďalšou požiadavkou na signál bolo, aby sa dal jednoducho generovať s obmedzenými HW prostriedkami. Akustický signál spĺňal všetky podmienky a preto sme ho ďalej použili v simulačnom príklade. Pri návrhu vysielaného signálu bolo potrebné určiť aj nosné frekvencie signálu. Pre experimentálne účely sme ostali v počuteľnej oblasti. Ďalším predmetom skúmania bol typ vysielania. Do úvahy pripadali dva typy: nepretržité vysielanie a dávkové vysielanie. Pri prvom type vysielania bol dosiahnutý veľmi dobrý kompresný pomer. Na jeho analýzu by však boli potrebné ďalšie implementácie synchronizačných signálov, čo by odsunulo pôvodnú aplikáciu kompresného snímania do úzadia. Vybraný bol dávkový spôsob vysielania signálu. Hoci pri ňom dosahujeme mierne nižší kompresný pomer, vieme ho presne analyzovať. Tento spôsob vysielania však prináša aj zníženie riedkosti signálu vo frekvenčnom spektre. Signál obsahuje mimo vysielacej periódy vzorky s nulovou hodnotou a taktiež je prítomný superponovaný šum počas celej doby vysielania. Tento problém sme potlačili použitím váhovacích okien. Vďaka ich použitiu sa výrazne znížila chyba rekonštrukcie.

Pre lokalizačnú úlohu boli definované konfigurácie vysielania a snímania signálu, ktoré sú závislé od veľkosti miestnosti a taktiež od požadovanej presnosti. Simulačný príklad spočíval v rozložení vysielateľov do súradnicového systému požadovaných rozmerov. Lokalizáciu je možné vykonávať dvoma spôsobmi. Prvý spôsob vyžaduje synchronizáciu snímača a vysielateľov, pri druhom spôsobe sú synchronizované len vysielateľe.

Rozhodli sme sa pre druhý prípad, kedy nebola potrebná ďalšia réžia na synchronizáciu. Každý vysielateľ generoval signál so špecifickou frekvenciou a jeho poloha v súradnicovom systéme bola daná. Meraním časov oneskorení (známe ako TDOA) jednotlivých dávkových signálov sme boli schopní na základe známych algoritmov určiť polohu priesečníka hyperbol. Okrem toho sme v poslednej podkapitole popísali scenáre závislosti spotreby energie.

Hlavné prínosy práce spočívajú v potvrdení použiteľnosti kompresného snímania v špecifických aplikáciach. Ďalším prínosom je použitie váhovacích okien na zlepšenie riedkosti použitých signálov, vďaka čomu je značne znížená chyba rekonštrukcie. Okrem hlavných prínosov práce bola vytvorená aj analýza vplyvu KS na spotrebu nodu vo WSN.

Zoznam použitej literatúry

- [1] ‘Body sensor network’, <http://www3.imperial.ac.uk/roboticsurgery/research/bsn/>, dostupné: 1.4.2015
- [2] ‘Chebyshev window function’, https://www.dsprelated.com/freebooks/sasp/Dolph_Chebyshev_Window.html, dostupné: 7.4.2017
- [3] ‘Indoor positioning and navigation’, <https://www.infsoft.com/portals/0/images/solutions/basics/whitepaper/en-indoor-navigation-indoor-positioning-infsoft-ebook.pdf>, dostupné: 8.3. 2017
- [4] ‘Matlab, signal processing toolbox’, <https://www.mathworks.com/help/signal/index.html>, dostupné: 7.4.2017
- [5] ‘Michal chovanec, git hub repozitár, image reconstruction’, https://github.com/michalnand/machine_learning/tree/master/image_reconstruction, dostupné: 26.3.2017
- [6] ‘Nonuniform sampling’, Application Note, 2001, dostupné: 20.3. 2016
- [7] ‘Rozdelenie senzorov’, www.kam.sjf.stuba.sk/katedra/publikacie/edutrac/mtv/ucebnica/obsah.htm/, dostupné: 1.4.2016
- [8] ‘Wikipedia, štandard jpeg’, <https://en.wikipedia.org/wiki/JPEG>, dostupné: 21.3.2017
- [9] ‘Wireless sensor networks’, <http://www.idtechex.com/research/reports/wireless-sensor-networks-wsn-2014-2024-forecasts-technologies-players-000382.asp>, iDTeChEx 2008, dostupné: 30.8. 2016
- [10] ‘Zdroj obr. alias efekt’, <http://www.edi.lv/media/uploads/UserFiles/daspweb/sec-5.htm>, dostupné: 10.3. 2017
- [11] ‘Zdroj obr. frekvenčné spektrum signálu’, <https://www.dewesoft.com/pro/course/spectral-analysis-using-the-fft-29>, dostupné: 10.3. 2017

- [12] Antolín, D., Bayo, A., et al.: ‘Wubinet: A flexible wsn for applications in environmental monitoring’, *2012 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings*, pp. 2608–2611, 2012, ISSN 1091-5281, doi: 10.1109/I2MTC.2012.6229383
- [13] Balouchestani, M., Raahemifar, K., Krishnan, S.: ‘Low power wireless body area networks with compressed sensing theory’, *2012 IEEE 55th International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS)*, pp. 916–919, 2012, ISSN 1548-3746, doi:10.1109/MWSCAS.2012.6292170
- [14] Berger, R.: ‘Introduction to wireless sensor networks’, www.ieee.li/pdf/viewgraphs/introduction_to_wireless_sensor_networks.pdf, 2009, nI Technical Symposium, dostupné: 17.7. 2016
- [15] Boyd, S., Vandenberghe, L.: *Convex Optimization*, Cambridge University Press, 2004
- [16] Brída, P.: ‘Rádiové určovanie polohy v cdma bunkových sieťach’, *Proceedings of 5th International Conference Elektro*, ISBN 80-8070-252-7, 2004
- [17] Brito, J., Gomes, T., et al.: ‘An intelligent home automation control system based on a novel heat pump and wireless sensor networks’, *2014 IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2014, doi:10.1109/isie.2014.6864827
- [18] Bruckstein, A.M., Donoho, D.L., Elad, M.: ‘From sparse solutions of systems of equations to sparse modeling of signals and images’, *SIAM Review*, vol. 51, no. 1, pp. 34–81, 2009, doi:10.1137/060657704
- [19] Candes, E.: ‘Standfordova univerzita’, <https://statweb.stanford.edu/candes/publications.html>, dostupné: 21.3.2017
- [20] Candes, E., Tao, T.: ‘The dantzig selector: Statistical estimation when p is much larger than n’, *The Annals of Statistics*, vol. 35, no. 6, pp. 2313–2351, 2007, doi: 10.1214/009053606000001523

- [21] Candes, E.J., Tao, T.: ‘Decoding by linear programming’, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 51, no. 12, pp. 4203–4215, 2005, ISSN 0018-9448, doi: 10.1109/TIT.2005.858979
- [22] Candes, E.J., Tao, T.: ‘Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies?’, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 12, pp. 5406–5425, 2006, doi:10.1109/tit.2006.885507
- [23] Candes, E.J., Wakin, M.B.: ‘An introduction to compressive sampling’, *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 21–30, 2008, ISSN 1053-5888, doi: 10.1109/MSP.2007.914731
- [24] Cao, W., Xu, G., et al.: ‘Using wireless sensor networking (wsn) to manage micro-climate in greenhouse’, *2008 IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications*, pp. 636–641, 2008, doi: 10.1109/MESA.2008.4735706
- [25] Chen, S.S., Donoho, D.L., Saunders, M.A.: ‘Atomic decomposition by basis pursuit’, *SIAM Review*, vol. 43, no. 1, pp. 129–159, 2001, doi:10.1137/s003614450037906x
- [26] Chen, W., Chen, L., et al.: ‘A wireless sensor network for intelligent transportation system’, *First International MultiSymposiums on Computer and Computational Sciences 2006*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, IEEE, 2006, doi: 10.1109/imscs.2006.286
- [27] Chong, C.Y., Kumar, S.: ‘Sensor networks: Evolution, opportunities, and challenges’, *Proceedings of the IEEE*, vol. 91(8), p. 1247–1256, IEEE, 2003
- [28] Chou, C.T., Rana, R., Hu, W.: ‘Energy efficient information collection in wireless sensor networks using adaptive compressive sensing’, *2009 IEEE 34th Conference on Local Computer Networks*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2009, doi:10.1109/lcn.2009.5355162
- [29] Chovanec, M., Púchyová, J., et al.: ‘Universal synchronization algorithm for wireless sensor networks - fusa algorithm’, *Proceedings of the 2014 Federated*

- Conference on Computer Science and Information Systems*, IEEE, 2014, doi: 10.15439/2014f270
- [30] Christensen, O.: *Frames and Bases*, Springer Nature, 2008, doi:10.1007/978-0-8176-4678-3
- [31] Cohen, A., Dahmen, W., DeVore, R.: ‘Compressed sensing and best term approximation’, *Journal of the American Mathematical Society*, vol. 22, no. 1, pp. 211–231, 2008, doi:10.1090/s0894-0347-08-00610-3
- [32] Corke, P., Wark, T., et al.: ‘Environmental wireless sensor networks’, *Proceedings of the IEEE*, vol. 98, no. 11, pp. 1903–1917, 2010, ISSN 0018-9219, doi:10.1109/JPROC.2010.2068530
- [33] Dai, W., Milenkovic, O.: ‘Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction’, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 55, no. 5, pp. 2230–2249, 2009, doi:10.1109/tit.2009.2016006
- [34] Dong, L., Wu, J., et al.: ‘Extraction of gait features using a wireless body sensor network (BSN)’, *2006 6th International Conference on ITS Telecommunications*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2006, doi:10.1109/itst.2006.288719
- [35] Donoho, D.: ‘Stanfordova univerzita’, <http://statweb.stanford.edu/donoho/reports.html>, dostupné: 21.3.2017
- [36] Donoho, D.L., Elad, M.: ‘Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via ℓ_1 minimization’, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 100, no. 5, pp. 2197–2202, 2003, doi:10.1073/pnas.0437847100
- [37] Efron, B., Hastie, T., et al.: ‘Least angle regression’, *Ann. Statist.*, vol. 32, no. 2, pp. 407–499, 2004, doi:10.1214/009053604000000067
- [38] Elad, M.: *Sparse and redundant representations: from theory to applications in signal and image processing*, Springer, 2010, ISBN 78-1-4419-7010-7

- [39] Engan, K., Aase, S.O., Husøy, J.H.: ‘Multi-frame compression: theory and design’, *Signal Processing*, vol. 80, no. 10, pp. 2121–2140, 2000, doi:10.1016/s0165-1684(00)00072-4
- [40] Fornasier, M., Rauhut, H.: *Handbook of Mathematical Methods in Imaging*, Springer Nature, 2011, doi:10.1007/978-0-387-92920-0
- [41] Gorodnitsky, I.F., Rao, B.D.: ‘Sparse signal reconstruction from limited data using focuss: a re-weighted minimum norm algorithm’, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 3, pp. 600–616, 1997, ISSN 1053-587X, doi:10.1109/78.558475
- [42] Gribonval, R., Nielsen, M.: ‘Sparse representations in unions of bases’, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 12, pp. 3320–3325, 2003, doi:10.1109/tit.2003.820031
- [43] Guo, D.G., Tay, F.E.H., et al.: ‘A wearable BSN-based ECG-recording system using micromachined electrode for continuous arrhythmia monitoring’, *2008 5th International Summer School and Symposium on Medical Devices and Biosensors*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2008, doi:10.1109/issmdbs.2008.4575011
- [44] Herath, S.C.K., Pathirana, P.N.: ‘Robust localization with minimum number of TDoA measurements’, *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 20, no. 10, pp. 949–951, 2013, doi:10.1109/lsp.2013.2274273
- [45] Hrbáček, R., Rajmic, P., et al.: ‘Řídké reprezentace signálů: komprimované snímání’, *Elektrorevue*, vol. 13, no. 6, 2011
- [46] Hrbáček, R., Rajmic, P., et al.: ‘Řídké reprezentace signálů: úvod do problematiky’, *Elektrorevue*, vol. 2011/50, 2011, ISSN 1213-1539
- [47] Ingelrest, F., Barrenetxea, G., et al.: ‘SensorScope’, *ACM Transactions on Sensor Networks*, vol. 6, no. 2, pp. 1–32, 2010, doi:10.1145/1689239.1689247
- [48] Isley, P.: ‘The radio regulations, edition of 2012’, <http://www.itu.int/pub/R-REG-RR-2012>, dostupné: 29.2. 2016

- [49] Jellali, Z., Atallah, L.N., Cherif, S.: ‘A study of deterministic sensors placement for sparse events detection in WSN based on compressed sensing’, *Fourth International Conference on Communications and Networking, ComNet-2014*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2014, doi:10.1109/comnet.2014.6840911
- [50] Kapitulík, J., Miček, J., et al.: ‘Wireless sensor network value added subsystem of ITS communication platform’, *Proceedings of the 2014 Federated Conference on Computer Science and Information Systems*, Polish Information Processing Society PTI, 2014, doi:10.15439/2014f370
- [51] Kim, S.J., Koh, K., et al.: ‘An interior-point method for large-scale ℓ_1 -regularized least squares’, *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 1, no. 4, pp. 606–617, 2007, doi:10.1109/jstsp.2007.910971
- [52] Lazarescu, M.T.: ‘Design of a wsn platform for long-term environmental monitoring for iot applications’, *IEEE Journal on Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems*, vol. 3, no. 1, pp. 45–54, 2013, ISSN 2156-3357, doi:10.1109/JETCAS.2013.2243032
- [53] Leinonen, M., Codreanu, M., Juntti, M.: ‘Distributed correlated data gathering in wireless sensor networks via compressed sensing’, *2013 Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2013, doi:10.1109/acssc.2013.6810310
- [54] Liu, Y., Zhu, X., et al.: ‘Multiple event detection in wireless sensor networks using compressed sensing’, *2011 18th International Conference on Telecommunications*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2011, doi:10.1109/cts.2011.5898935
- [55] Lustig, M., Donoho, D.L., et al.: ‘Compressed sensing mri’, *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 72–82, 2008, ISSN 1053-5888, doi:10.1109/MSP.2007.914728
- [56] Mainetti, L., Palano, L., et al.: ‘Integration of rfid and wsn technologies in a smart parking system’, *2014 22nd International Conference on Software, Te-*

- lecommunications and Computer Networks (SoftCOM)*, pp. 104–110, 2014, doi:10.1109/SOFTCOM.2014.7039099
- [57] Mallat, S., Zhang, Z.: ‘Matching pursuits with time-frequency dictionaries’, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, no. 12, pp. 3397–3415, 1993, doi:10.1109/78.258082
- [58] Martinez, K., Padhy, P., et al.: ‘Glacial environment monitoring using sensor networks’, *In Proceedings of Real-World Wireless Sensor Networks*, ACM Press, 2005
- [59] Mautz, R.: ‘Indoor positioning technologies’, 2012, doi:10.3929/ethz-a-007313554
- [60] Myers, C., Oppenheim, A., et al.: ‘Knowledge-based speech analysis and enhancement’, *Proc. of the International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1984
- [61] Špiřík, J., Rajmic, P., Veselý, V.: ‘Reprezentace signálů: od bází k framům’, *Elektrorevue*, vol. 12, no. 6, 2010
- [62] Pister, K.S.J.: ‘Military applications of sensor networks’, *of Institute for Defense Analyses Paper P-3531, Defense Science Study Group*, 2000
- [63] Poularikas, A.: *Handbook of Formulas and Tables for Signal Processing*, Electrical Engineering Handbook, CRC-Press, 1998, ISBN 9780849385797
- [64] Strohmer, T., Heath, R.W.: ‘Grassmannian frames with applications to coding and communication’, *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 14, no. 3, pp. 257–275, 2003, doi:10.1016/s1063-5203(03)00023-x
- [65] Sudevalayam, S., Kulkarni, P.: ‘Energy harvesting sensor nodes: Survey and implications’, Tech. rep., Department of Computer Science and Engineering, Indian Institute of Technology Bombay, tR-CSE-2008-19
- [66] Sudhaakar, R., Sanzgiri, A., et al.: ‘A plant-and-play wireless sensor network system for gate monitoring’, *2009 IEEE International Symposium on a World of Wireless, Mobile and Multimedia Networks Workshops*, pp. 1–9, 2009, doi:10.1109/WOWMOM.2009.5282488

- [67] Svrček, T.: ‘Sítě typu wmn (wireless mesh network) a jejich směrovací protokoly’, Master’s thesis, Masarykova univerzita, Fakulta informatiky, Bakalářská práce 2012, dostupné: 7. 5.2016
- [68] Tibshirani, R.: ‘Regression shrinkage and selection via the lasso’, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, vol. 58, pp. 267–288, 1994
- [69] Tropp, J.: ‘Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation’, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 10, pp. 2231–2242, 2004, doi: 10.1109/tit.2004.834793
- [70] Valverde, J., Rosello, V., et al.: ‘Wireless sensor network for environmental monitoring: Application in a coffee factory’, *International Journal of Distributed Sensor Networks*, vol. 2012, pp. 1–18, 2012, doi:10.1155/2012/638067
- [71] Wang, Q., Balasingham, I.: *Wireless Sensor Networks - An Introduction, Wireless Sensor Networks: Application - Centric Design*, InTech, 2010, ISBN 978-953-307-321-7
- [72] Xiao, H., Ogai, H.: ‘A distributed localized decision self-health monitoring system in WSN developed for bridge diagnoses’, *2011 IEEE 3rd International Conference on Communication Software and Networks*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2011, doi:10.1109/iccsn.2011.6013653
- [73] Zhang, K., Wang, W.: ‘The research of environmental monitor system in brewage house of alcohol factory based on WSN’, *Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2012, doi:10.1109/wcica.2012.6359221

Príloha

A Zoznam vlastných publikácií

1. *Analysis of voice activity detection for implementation into WSN*. Veronika Olešnaníková, Jana Milanová. In: CSIT 2014 = Computer science and information technologies: proceedings of the IX international scientific and technical conference: 18-22 November 2014, Lviv, Ukraine. - Lviv: Printing Center of Publishing House of Lviv Polytechnic National University, 2014. - ISBN 978-617-607-669-8. - S. 75-76.
2. *The measurement of CO₂ by using Yrobot platform = Meranie CO₂ s využitím platformy Yrobot*. Peter Šarafín, Veronika Olešnaníková and Róbert Žalman. In: Otvorený softvér vo vzdelávaní, výskume a v IT riešeniach: zborník príspevkov medzinárodnej konferencie OSSConf 2015: 1.-3. júla 2015 Žilina, Slovensko. - Žilina: Žilinská univerzita, 2015. - ISBN 978-80-970457-7-7. - S. 89-94.
3. *Monitoring of CO₂ amount in closed objects via WSN*. Róbert Žalman, Veronika Olešnaníková, Peter Ševčík, Peter Šarafín. In: FedCSIS: proceedings of the 2015 Federated conference on Computer science and information systems: September 13-16, 2015, Łódź, Poland. - Warsaw; Los Alamitos: Polskie Towarzystwo Informatyczne; IEEE, 2015 - (Annals of computer science and information systems, Vol. 5. - ISSN 2300-5963). - ISBN 978-83-60810-65-1. - S. 1257-1260.
4. *Using of compressed sensing in energy sensitive WSN applications*. Ondrej Karpíš, Juraj Miček, Veronika Olešnaníková. In: FedCSIS: proceedings of the 2015 Federated conference on Computer science and information systems: September 13-16, 2015, Łódź, Poland. - Warsaw; Los Alamitos: Polskie Towarzystwo Informatyczne; IEEE, 2015 - (Annals of computer science and information systems, Vol. 5. - ISSN 2300-5963). - ISBN 978-83-60810-65-1. - S. 1233-1238.
5. *Monitoring of water level based on acoustic emissions*. Juraj Miček, Ondrej Karpíš, Veronika Olešnaníková, Michal Kochláň. In: ISCC 2015: 20th IEEE Symposium on Computers and Communications: 6-9 July 2015 Larnaca, Cyprus. - [S.l.]:

IEEE, 2015. - ISBN 978-1-4673-7194-0. - USB kľúč, s. 988-992.

6. *Analysis of methods for reducing energy requirements in WSN*. Veronika Olešnaníková. In: MIST 2015 = Mathematics in Science and Technologies: proceedings of the MIST conference 2015: Fačkovské sedlo, Kľak, Slovakia. - [S.l.]: CreateSpace Independent Publishing Platform, 2015. - ISBN 978-1514866382. - [6] s.
7. *Power consumption analysis and possibilities of energy saving in WSN applications* Veronika Olešnaníková, Peter Šarafín, Róbert Žalman, Ondrej Karpiš. In: TRANSCOM 2015: 11-th European conference of young researchers and scientists: Žilina, June 22-24, 2015, Slovak Republic. Section 3: Information and communication technologies. - Žilina: University of Žilina, 2015. - ISBN 978-80-554-1045-6. - CD-ROM, s. 45-49.
8. *Analysis of acoustic signals in transport systems using WSN*. Róbert Žalman, Veronika Olešnaníková, Peter Šarafín, Ján Kapitulík. In: TRANSCOM 2015: 11-th European conference of young researchers and scientists: Žilina, June 22-24, 2015, Slovak Republic. Section 3: Information and communication technologies. - Žilina: University of Žilina, 2015. - ISBN 978-80-554-1045-6. - CD-ROM, s. 105-109.
9. *Methods of input shapers realization*. Peter Šarafín, Veronika Olešnaníková, Róbert Žalman, Peter Ševčík. In: TRANSCOM 2015: 11-th European conference of young researchers and scientists: Žilina, June 22-24, 2015, Slovak Republic. Section 3: Information and communication technologies. - Žilina: University of Žilina, 2015. - ISBN 978-80-554-1045-6. - CD-ROM, s. 84-88.
10. *Case-study of localization via WSN using distributed compressed sensing*. Veronika Olešnaníková, Michal Kochláň, Róbert Žalman. In: FedCSIS: proceedings of the 2016 Federated conference on Computer science and information systems: September 11-14, 2016, Gdańsk, Poland. - Warsaw; Los Alamitos: Polskie Towarzystwo Informatyczne; IEEE, 2016 - (Annals of computer science and information systems, Vol. 8. - ISSN 2300-5963). - ISBN 978-83-60910-92-7. - S. 1093-1096.
11. *System analytics approach using wireless sensor network technologies and big data*

visualization for continuous assessment of air quality in a workplace environment.

Judith Molka-Danielsen, Veronika Olešnaníková, Peter Šarařín, Róbert Źalman, Per Engelseth. In: NOKOBIT 2016 = Norsk konferanse for organisasjoners bruk av informasjonsteknologi. - ISSN 1894-7719. - Vol. 24, no. 1 (2016), online, [10]s.

12. *Mobile sensor elements based on robotic platform Yrobot.* Juraj Miček, Ondrej Karpiš, Veronika Olešnaníková. In: FedCSIS: proceedings of the 2016 Federated conference on Computer science and information systems: September 11-14, 2016, Gdańsk, Poland. - Warsaw; Los Alamitos: Polskie Towarzystwo Informatyczne; IEEE, 2016 - (Annals of computer science and information systems, Vol. 8. - ISSN 2300-5963). - ISBN 978-83-60910-92-7. - S. 1085-1088.
13. *Water level monitoring based on the acoustic signal using the neural network.* Veronika Olešnaníková, Ondrej Karpiš, Michal Chovanec, Peter Šarařín, Róbert Źalman. In: Information and digital technologies 2016: proceedings of the international conference: 5-7 July 2016 Rzeszow, Poland. - [S.l.]: IEEE, 2016. - ISBN 978-1-4673-8860-3. - USB kľúč, s. 203-206.

B Elektronické prílohy

Aktuálne zdrojové kódy, výsledky simulácií a textovú časť práce v elektronickej forme je možné nájsť online na:

https://github.com/weya/CS_simulations

a na CD, ktoré je prílohou tejto práce.

Pre spustenie skriptov je potrebné aby prostredie Matlab bolo vybavené modulom Digital Signal Processing Toolbox.