ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE

AUTOREFERÁT

DIZERTAČNEJ PRÁCE

Žilina, máj, 2020

Ing. Patrik Rusnák

Žilinská univerzita v Žiline
Fakulta riadenia a informatiky

Ing. Patrik Rusnák

Autoreferát dizertačnej práce

Časovo závislá analýza spoľahlivosti systémov na základe použitia logického diferenciálneho počtu

na získanie akademického titulu **„philosophiae doctor" (v skratke PhD.)**
v študijnom programe doktorandského štúdia
aplikovaná informatika

v študijnom odbore:
informatika

Žilina, máj, 2020

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia **na katedre informatiky, Fakulte riadenia a informatiky Žilinskej univerzity v Žiline**

Predkladateľ:	**Ing. Patrik Rusnák** **Katedra informatiky** **Fakulta riadenia a informatiky** **Žilinská univerzita v Žiline**
Školiteľ:	**prof. Ing. Elena Zaitseva, PhD.** **Katedra informatiky** **Fakulta riadenia a informatiky** **Žilinská univerzita v Žiline**
Oponent:	**prof. Ing. Aleš Janota, PhD. EurIng** **Katedra riadiacich a informačných systémov** **Fakulta elektrotechniky a informačných technológií** **Žilinská univerzita v Žiline**
Oponent:	**Dr. Nicolae Brinzei** **Centre de Recherche en Automatique de Nancy** **University of Lorraine** **Francúzsko**
Oponent:	**doc. Ing. Jaroslav Majerník, PhD.** **Ústav lekárskej informatiky** **Lekárska fakulta** **Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach**

Autoreferát bol rozoslaný dňa: ....

Obhajoba dizertačnej práce sa koná dňa 18.08.2020 o 9:00 h. pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce schválenou odborovou komisiou v študijnom odbore **informatika**, **v študijnom programe aplikovaná informatika**, vymenovanou dekanom Fakulty riadenia a informatiky Žilinskej univerzity v Žiline dňa ....

prof. Ing. Karol Matiaško, PhD.
predseda pracovnej skupiny odborovej komisie
študijného programu **aplikovaná informatika**
v študijnom odbore **informatika**
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Univerzitná 8215/1
010 26 Žilina

Obsah

1. Úvod do predmetu výskumu

Teória spoľahlivosti je multidisciplinárny vedný obor, ktorý poskytuje metódy potrebné na kvantifikáciu spoľahlivosti systému, testovanie návrhu systému, analýzu systému, analýzu jeho komponentov atď. Hlavné výzvy teórie spoľahlivosti je možné zhrnúť nasledovne [1]:

- uplatňovanie teoretických vedomostí a matematických techník na zabránenie alebo zníženie pravdepodobnosti výskytu zlyhaní;
- identifikácia a riešenie príčin zlyhaní, ktoré sa vyskytujú v systéme napriek snahe im predchádzať;
- definovanie procesov, ktoré budú riešiť prípadné zlyhania, ak sa príčiny týchto zlyhaní nevyriešia;
- uplatňovanie metód na odhad spoľahlivosti nového návrhu systému a analýza údajov o spoľahlivosti systému.

Dôležitým krokom v hodnotení spoľahlivosti systému je vytvorenie jeho matematickej reprezentácie. Na základe [1], táto matematická reprezentácia musí umožniť preskúmať zlyhania systému, napr. mechanizmami na zistenie zlyhania a jeho dôsledkov; meranie spoľahlivosti systému; analyzovanie kritických stavov z hľadiska spoľahlivosti systému; vypracovanie spôsobu údržby systému, či diagnostika a prognóza porúch.

Najčastejšie používanou matematickou reprezentáciou systému v analýze spoľahlivosti je model, ktorý zohľadňuje dva dôležité stavy systému: zlyhanie a fungovanie systému. Tento matematický model je známy ako dvojstavový systém (BSS) a používa hlavne dvojhodnotovú logiku, ktorá bola zavedená ako jedna z prvých [2]–[4] a bude sa používať aj v tejto práci. Ďalšou používanou matematickou reprezentáciou systému je model zvaný viacstavový systém

(MSS). Táto matematická reprezentácia môže pracovať s viac ako dvomi úrovňami prevádzky systému a používa sa na definovanie viacerých stavov fungovania systému a jeho komponentov, čo sa využíva na vykonanie podrobnejšej analýzy spoľahlivosti systému a jeho komponentov [5], [6].

Na základe týchto matematických modelov existuje množstvo metód na vyhodnotenie spoľahlivosti a zlyhania systému. Všetky tieto metódy možno rozdeliť do štyroch skupín v závislosti od použitého matematického prístupu [1], [3]: metódy založené na štruktúrnej funkcii, stochastické metódy, metódy založené na metóde Monte Carlo a metódy založené na univerzálne vytvárajúcej funkcii. Metódy založené na štruktúrnych funkciách umožňujú matematicky reprezentovať systém akejkoľvek štrukturálnej zložitosti [2] a budú použité ďalej.

Štruktúrna funkcia definuje ako závisí stav systému na stavoch jeho komponentov a používa sa na reprezentáciu systému zloženého z n komponentov [7]. Štruktúrnu funkciu možno považovať za booleovskú funkciu pre BSS, ktorú možno použiť v analýze spoľahlivosti systému [7], [8]. Takáto matematická reprezentácia je nezávislá od času. Dôležitou výhodou tejto reprezentácie je možnosť použiť rozvinutý a na analýzu vhodný matematický prístup Boolovej algebry pri hodnotení spoľahlivosti skúmaného systému. Efektívne metódy v analýze spoľahlivosti boli vyvinuté s použitím Boolovej algebry na definíciu minimálnych rezov a ciest [8] alebo na výpočet frekvenčných charakteristík spoľahlivosti systému [7] alebo indexov dôležitosti [9]. Štruktúrna funkcia má svoju dôležitú úlohu v modernom vývoji v analýze spoľahlivosti, napríklad, v prípade viacfunkčnej spoľahlivosti systému [10], vo všeobecnom vyjadrení štruktúrnej funkcie ľubovoľného semi-koherentného systému [11] alebo v grafových modeloch a algoritmoch na hodnotenie spoľahlivosti [12]. Nevýhodou týchto metód je analýza systému bez riešenia času. Na druhej strane, štruktúrna funkcia vo forme booleovskej funkcie sa môže použiť na výpočet funkcie spoľahlivosti systému, ktorá predstavuje pravdepodobnosť, že systém bude vo funkčnom stave počas sledovaného obdobia alebo špecifického okamihu počas sledovaného obdobia. Hoci je v analýze spoľahlivosti dôležitá funkcia spoľahlivosti, neposkytuje úplný obraz o spoľahlivosti systému. Ďalším nevyhnutným prvkom hodnotenia spoľahlivosti je analýza dôležitosti. Metódy výpočtu indexov dôležitosti (IMs), ktoré kvantifikujú vplyv komponentov systému na celý systém reprezentovaný štruktúrnou funkciou za pomoci logického diferenciálneho počtu, boli predstavené v [13], [14], pričom nebrali do úvahy čas.

Štruktúrna funkcia môže byť vytvorená pre systém s akoukoľvek štrukturálnou zložitosťou. Súčasne sa so zvyšujúcim počtom komponentov systému zvyšuje aj dimenzia štruktúrnej funkcie, čo robí prácu s ňou pre veľké systémy viac náročnou z pamäťového a výpočtového hľadiska, hlavne pri nejednoznačnosti správania komponentov. Preto sa pre štruktúrnu funkciu vyvíjajú metód, ktoré by riešili tento problém. Jedným z moderných prístupov je použitie podpisu prežitia (angl. *Survival signature*) [15], ktorý sa zameriava na schopnosť fungovania systému s K typmi komponentov, pričom sa tento prístup dá použiť aj v časovo orientovanej analýze spoľahlivosti [16]. Tento prístup sa naďalej rozširuje [17], [18] a tiež v [19] je navrhnutý prístup pre analýzu dôležitosti systému. Táto metóda je účinná, ale je náročná na výpočty. Metódy analýzy dôležitosti sa zvyčajne zakladajú na rôznych matematických prístupoch [14]. Jedným z takýchto prístupov je logický diferenciálny počet [20], [21], ktorý sa štandardne používa na analýzu systému vyjadreného štruktúrnou funkciou a nie podpisom prežitia.

Zohľadnením všetkých vyššie uvedených informácií je štruktúrna funkcia vo forme booleovskej funkcie matematické znázornenie systému používané v analýze spoľahlivosti, ktoré môže byť vytvorené pre systém akejkoľvek štrukturálnej zložitosti a umožňuje použitie metód používaných v analýze booleovských funkcií v analýze spoľahlivosti. Nevýhody tejto matematickej reprezentácie sú (a) vysoký rozmer pre systém s veľkým počtom komponentov a (b) nemožnosť časovo závislej analýzy. Hlavným cieľom tejto práce je vývoj nových prístupov na analýzu spoľahlivosti systému na základe štruktúrnej funkcii, ktoré umožnia časovo závislú analýzu systému a ktoré tiež riešia problém reprezentácie systému s veľkým počtom komponentov. Prvá časť tohto cieľa bude riešená použitím logického diferenciálneho počtu a druhá časť bude riešená pomocou podpisu prežitia na reprezentáciu systému. Na dosiahnutie hlavného cieľa sú v tejto práci definované nasledujúce úlohy:

- nadviazanie na výskum z [13], [14] a navrhnutie prístupu v časovo závislej analýze dôležitosti systému, ktorý bude založený na logickom diferenciálnom počte v Boolovej algebre;
    - demonštrácia použitia navrhovaného prístupu na vybraných systémoch;
- definovanie parciálnych derivácií použiteľných v analýze spoľahlivosti systému založených na podpise prežitia systému [15];
    - demonštrácia použitia navrhovaného prístupu na vybraných systémoch.

2. Časovo závislá analýza dôležitosti s použitím logického diferenciálneho počtu

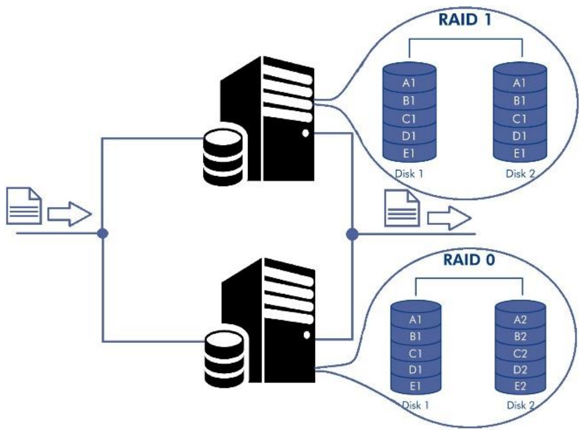
Pri časovo závislej analýze dôležitosti bude používaná štruktúrna funkcia ako matematický popis dvojstavového koherentného [3], [14] neopraviteľného systému. Štruktúrna funkcia je mapovanie, ktoré definuje hodnotu stavu systému pre každú kombináciu stavov n systémových komponentov, čo je definované nasledovne [3]:

$$\phi(x_1, x_2 \dots, x_n) = \phi(\boldsymbol{x}): \ \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}, \qquad (1)$$

kde x_i je booleovská premenná reprezentujúca stav komponentu i pre $i = 1,2, \dots, n$ a $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ je vektor stavov všetkých systémových komponentov (stavový vektor). Napríklad, pre dátové úložisko zobrazené na Obr. 1 by štruktúrna funkcia vyzerala nasledovne:

$$\phi(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_2) \vee x_3 \wedge x_4. \qquad (2)$$

Dôvodom je, že dané úložisko obsahuje dve úložne jednotky zapojené paralelne, čo môžeme reprezentovať Boolovou operáciou OR. Prvá jednotka má dva pevné disky (HDDs) zapojené v RAID 1, čo je možné reprezentovať Boolovou operáciou OR a druhá jednotka ma dva HDDs zapojené v RAID 0, čo je možné reprezentovať Boolovou operáciou AND. Tiež je potrebné podotknúť, že tento systém je koherentný (každý HDD má vplyv na funkčnosť systému a štruktúrna funkcia je neklesajúca pre každý HDD) a tiež sa bude pokladať za neopraviteľný.



Obr. 1 Dátové úložisko

Štruktúrna funkcia nájde svoje využitie aj pri skúmaní topologických vlastností systému [8], [13], [17], [22], [23], avšak nie je stavaná na vykonanie časovo závislej analýzy spoľahlivosti, ktorá sa zaoberá vyhodnotením spoľahlivosti systému v priebehu času. Na tieto účely sa používa stavová funkcia systému $z(t)$, ktorá je definovaná nasledovne:

$$z(t) = \phi(\boldsymbol{x}(t)) = \phi(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)): \langle 0, \infty) \rightarrow \{0,1\}, \tag{3}$$

kde $x_i(t)$ pre $i = 1,2, \dots, n$ je funkcia, ktorá definuje stav i-tého komponentu v čase t. Aj keď stavová funkcia systému $z(t)$ úzko súvisí so štruktúrnou funkciou $\phi(\boldsymbol{x})$, tieto dve funkcie sa svojou povahou veľmi líšia, pretože prvá je funkciou času, zatiaľ čo druhá je funkciou definujúcou topológiu systému, ktorá je nezávislá od času. V prípade dátového úložiska by stavová funkcia vyzerala nasledovne [3]:

$$\phi(x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)) = (x_1(t) \vee x_2(t)) \vee x_3(t) \wedge x_4(t). \tag{4}$$

Funkciu stavu systému je možné chápať ako spojenie štruktúrnej funkcie systému a jednej konkrétnej realizácie stavových funkcií všetkých komponentov systému, čo znamená, že stavovú funkcia systému $z(t)$ možno tiež považovať za jednu realizáciu nespočetného množstva stavových funkcií systému. To znamená, že vývoj systému v priebehu času možno považovať za nasledujúci stochastický proces:

$$\{Z(t); t \geq 0\}, \tag{5}$$

kde $Z(t)$ je náhodná premenná modelujúca správanie systému v čase t.

Ak definujeme $Z(t)$ vo fixnom čase, tak získavame náhodnú premennú X, ktorá môže mať hodnoty 0 a 1 s pravdepodobnosťou A alebo U, ktoré predstavujú dostupnosť, resp. nedostupnosť systému [3] a pri neopraviteľných systémoch zodpovedajú spoľahlivosti R, resp. nespoľahlivosti F systému [3]. Pre jednotlivé komponenty systému sú to pravdepodobnosti p_i and q_i, ktoré sú definované nasledovne [3]:

$$\begin{gathered} p_i = \Pr\{x_i = 1\}, q_i = \Pr\{x_i = 0\}, \\ p_i + q_i = 1. \end{gathered} \tag{6}$$

Ak poznáme náhodnú premennú x_i, ktorá modeluje správanie sa komponentu i vo fixnom čase pre každú zložku systému, t. j. pre $i = 1,2, \dots, n$, a ak predpokladáme, že komponenty sú nezávislé, potom náhodnú premennú X možno získať kombináciou náhodných premenných x_i pomocou štruktúrnej funkcie. To umožňuje vypočítať pravdepodobnosti stavu systému nasledovne [3]:

$$p = \Pr\{\phi(\boldsymbol{x}) = 1\}, q = \Pr\{\phi(\boldsymbol{x}) = 0\}. \tag{7}$$

Na základe tejto definície je možné pokladať dostupnosť a nedostupnosť systému za funkciu pravdepodobností stavu komponentov [3]:

$$A = A(\boldsymbol{p}) = \Pr\{\phi(\boldsymbol{x}) = 1\}, U = U(\boldsymbol{q}) = \Pr\{\phi(\boldsymbol{x}) = 0\},$$
$$A + U = 1, \tag{8}$$

kde $\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ a $\boldsymbol{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ sú vektory, ktorých prvky sú pravdepodobnosti stavov jednotlivých systémových komponentov. Toto môže byť použité na preskúmanie vplyvu špecifických zmien pravdepodobnosti stavu jedného alebo viacerých komponentov na pravdepodobnosti stavu systému alebo spoľahlivostné indexy [3], [14], avšak nie časovo závislú analýzu BSS. Pre časovo závislú analýzu je potrebné nahradiť náhodnú premennú X za $Z(t)$, ktorá definuje, ako sa menia vlastnosti náhodnej premennej X v čase. V tomto prípade je dostupnosť $A(t)$ a nedostupnosť $U(t)$ systému funkciou času, t. j.:

$$A(t) = A\big(\boldsymbol{P}(t)\big) = \Pr\big\{\phi\big(\boldsymbol{x}(t)\big) = 1\big\}, t \geq 0,$$
$$U(t) = U(\boldsymbol{Q}(t)) = \Pr\big\{\phi\big(\boldsymbol{x}(t)\big) = 0\big\}, t \geq 0, \tag{9}$$
$$A(t) + U(t) = 1, t \geq 0,$$

kde $\boldsymbol{P}(t) = \big(P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t)\big)$ a $\boldsymbol{Q}(t) = \big(Q_1(t), Q_2(t), \dots, Q_n(t)\big)$ sú vektorové funkcie, ktorých prvkami sú funkcie, ktoré definujú pravdepodobnosť stavu jednotlivých komponentov systému v priebehu času, a $\boldsymbol{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ je vektor náhodných premenných, ktoré modelujú správanie sa komponentov systému v čase. To sa dá využiť na zistenie, ako sa mení spoľahlivosť systému alebo dôležitosť komponentov v čase.

Na základe predchádzajúcich vzorcov platí, že pravdepodobnosti stavu systému možno vnímať ako funkciu pravdepodobností stavov komponentov kombinovanú s použitím štruktúrnej funkcie alebo ako spojenie funkcií definujúcich pravdepodobnosti stavu komponentov systému v čase so štruktúrnou funkciou. To znamená, že ak sú systémové komponenty nezávislé a poznáme štruktúrnu funkciu systému a pravdepodobnosti stavov komponentov (v čase), dokážeme nájsť pravdepodobnosti stavov systému (v čase).

Definícia štruktúrnej funkcie zodpovedá definícii booleovskej funkcie [13], čo umožňuje použiť prístupy booleovskej algebry v analýze spoľahlivosti založenej na štruktúrnej funkcii. Špecificky, časť booleovskej algebry známa ako logický diferenciálny počet, sa môže použiť napríklad na analýzu toho, ako zlyhanie komponentu ovplyvňuje fungovanie systému [24]. Pokiaľ je potrebné analyzovať smer zmeny stavu komponentov, tak sa dá použiť priama smerová parciálna logická derivácia (DPLD) definovaná nasledovne [25]:

$$\frac{\partial\phi(1\to 0)}{\partial x_i(1\to 0)}=\frac{\partial\phi(0\to 1)}{\partial x_i(0\to 1)}=\overline{\phi(0_\iota,\boldsymbol{x})}\wedge\phi(1_i,\boldsymbol{x}), \tag{10}$$

kde ∧ predstavuje Boolovu operáciu AND a ‾ je Boolova operácia NOT. Tu je potrebné podotknúť, že získaná DPLD je opäť booleovská funkcia. V prípade dátového úložiska by táto derivácia pre HDD 1 vyzerala nasledovne:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\phi(1\to 0)}{\partial x_1(1\to 0)}&=\overline{\big((0\vee x_2)\vee x_3\wedge x_4)\big)}\wedge\big((1\vee x_2)\vee x_3\wedge x_4\big)\\&=\overline{(x_2\vee x_3\wedge x_4)}\wedge 1=\bar{x}_2\wedge(\bar{x}_3\vee\bar{x}_4).\end{aligned} \tag{11}$$

Táto DPLD naznačuje, že HDD 1 je pre systém kritický, t. j. jeho zlyhanie má za následok zlyhanie systému, ak zlyhá HDD 2 a aspoň jeden HDD z HDD 3 a 4. DPLD sa môže počítať nielen vzhľadom na zmenu stavu jedného komponentu, ale aj vzhľadom na súčasnú zmenu stavu dvoch alebo viacerých komponentov, čo je smerová parciálna logická derivácia vypočítaná vzhľadom na vektor zmien a je definovaná nasledovne [8]:

$$\frac{\partial\phi(1\to 0)}{\partial(x_i,x_j,\dots)(1,1,\dots)\to(0,0,\dots)}=\overline{\phi\big(0_\iota,0_J,\dots,\boldsymbol{x}\big)}\wedge\phi\big(1_i,1_j,\dots,\boldsymbol{x}\big). \tag{12}$$

Toto je možné využiť na analýzu toho istého smeru zmien stavov komponentov a systému, ale aj opačných zmien a dokonca aj rôznych zmien. Napríklad pri zlyhaní HDD 1 a HDD 2 v dátovom úložisku by táto smerová parciálna derivácia vyzerala nasledovne:

$$\frac{\partial\phi(1\to 0)}{\partial(x_1,x_2)((1,1)\to(0,0))}=\overline{x_3}\vee\overline{x_4}, \tag{13}$$

čo znamená, že súčasné zlyhanie HDD 1 a 2 vedie k zlyhaniu systému, ak dôjde k zlyhaniu aspoň jedného HDD z HDD 3 a 4.

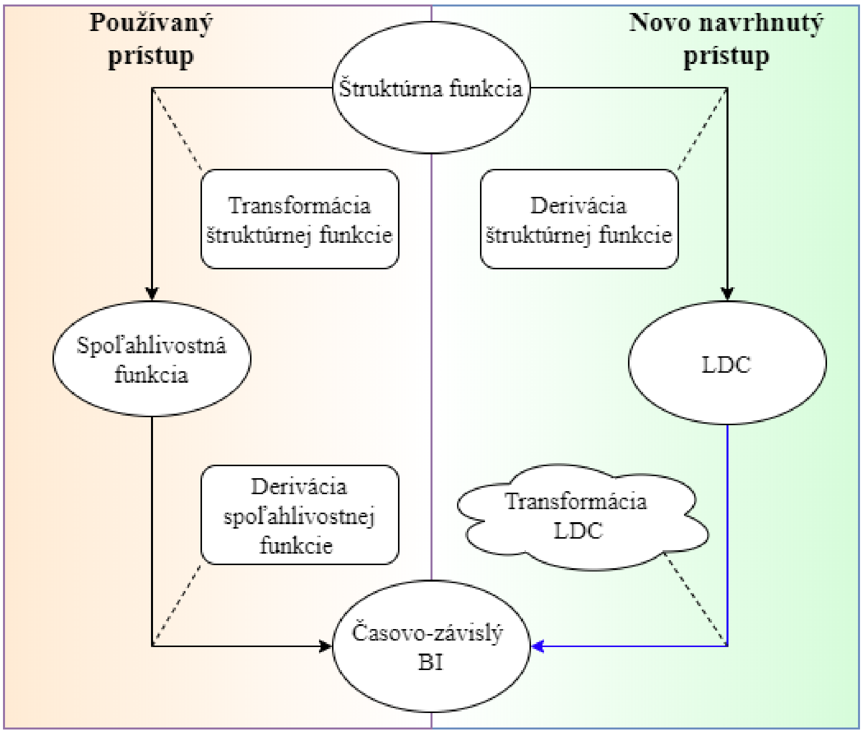
V analýze spoľahlivosti sa všetky uvedené smerové parciálne derivácie používajú napríklad na nájdenie kritických stavov systému [8], [13], ktoré opisujú situácie, v ktorých zlyhanie, resp. oprava jedného alebo viacerých komponentov systému má za následok zlyhanie, resp. opravu systému, alebo pri výpočte IM, ktoré je potom možné použiť na optimalizáciu spoľahlivosti systému, hľadania kritických komponentov systému, či pri plánovaní údržby systému. Existuje mnoho IMs a každý z nich berie do úvahy rôzne faktory, vďaka ktorým je komponent systému dôležitejší ako ostatné a delia sa do troch kategórií [14]: štruktúrne (structural, S), spoľahlivostné (reliability, R) a časovo závislé (lifetime, L) IMs. Tabuľka 1 obsahuje prehľad vybraných IMs, pričom tiež uvádza vzorec pre štandardný výpočet daného

IM a tiež výpočet založený na smerových parciálnych deriváciách. TD pri SI označuje hustotu pravdivosti (angl. *truth density*) argumentu, ktorý je booleovskou funkciou.

Tabuľka 1 Prehľad vybraných IMs

Názov	Typ	Popis	Štandardný výpočet	Výpočet s DPLD
Štruktúrny index (SI)	S	Relatívny počet stavových vektorov, pri ktorých zlyhanie komponentu i vedie k zlyhaniu systému	$\frac{\sum_{\{(0_i,x)\}}(\phi(1_i,x)-\phi(0_i,x))}{2^{n-1}}$	$\mathrm{TD}\left(\frac{\partial\phi(1\to 0)}{\partial x_i(1\to 0)}\right)$
Birnbaumov index (BI)	R	Pravdepodobnosť, že zlyhanie komponentu i spôsobí zlyhanie systému v definovanom čase	$\frac{\partial R}{\partial p_i}$	$\Pr\left\{\frac{\partial\phi(1\to 0)}{\partial x_i(1\to 0)}=1\right\}$
Kritický index (CI)	R	Pravdepodobnosť, že zlyhanie systému bolo spôsobené zlyhaním komponentu i, ak systém zlyhal	$\mathrm{CI}_i=\mathrm{BI}_i\frac{q_i}{F}$	$\mathrm{CI}_i=\mathrm{BI}_i\frac{q_i}{F}$
Časovo závislý Birnbaumov index	L	Pravdepodobnosť, že systém je v stave, v ktorom je komponent i rozhodujúci pre fungovanie systému v čase t	$\mathrm{BI}_i(t)=\frac{\partial R(t)}{\partial P_i(t)}$	$\Pr\left\{\frac{\partial z(1\to 0,t)}{\partial x_i(1\to 0,t)}=1\right\}$
Časovo závislý kritický index	L	Pravdepodobnosť, že komponent i zlyhal v čase t a tento komponent je pre systém v čase t kritický, ak systém už nie je funkčný v čase t	$\mathrm{CI}_i(t)=\mathrm{BI}_i(t)\frac{Q_i(t)}{F(t)}$	$\mathrm{CI}_i(t)=\mathrm{BI}_i(t)\frac{Q_i(t)}{F(t)}$

Tu je potrebné uviesť, že v tejto práci bol zavedený výpočet časovo závislého BI za použitia DPLD. BI bol zvolený hlavne preto, že predstavuje základ pre množstvo ďalších IMs, pričom jedným z nich je aj CI [14]. Obr. 2 ilustruje oba spôsoby výpočtu časovo závislého BI, pričom na ľavej strane sa nachádza štandardný prístup, v ktorom zo štruktúrnej funkcie získame spoľahlivostnú funkciu $R(t)$, ktorá pri neopraviteľných systémoch zodpovedá funkcie dostupnosti $A(t)$ a následne parciálne derivujeme túto funkciu podľa $P_i(t)$. Novo navrhnutý spôsob tento princíp obmieňa, a to tak, že najskôr sa vykoná smerová parciálna derivácia štruktúrnej funkcie podľa x_i, čím sa získa booleovská funkcia, ktorá popisuje situácie, v ktorých zlyhanie komponentu i spôsobí zlyhanie systému. Tú je potom možné na základe (9) použiť na získanie pravdepodobnosti, že systém je v čase t v stave, v ktorom je komponent i rozhodujúci pre fungovanie systému, čím získame časovo závislý BI.



Obr. 2 Spôsoby výpočtu časovo závislého BI

V prípade dátového úložiska by to znamenalo, že miesto toho, aby sa z (2) získala spoľahlivostná funkcia $R(t)$, ktorá má tvar:

$$\begin{aligned} R(t) = P_1(t) + P_2(t) - P_1(t)P_2(t) + P_3(t)P_4(t) - P_1(t)P_3(t)P_4(t) \\ - P_2(t)P_3(t)P_4(t) + P_1(t)P_2(t)P_3(t)P_4(t), \end{aligned} \tag{14}$$

a následne sa táto funkcia parciálne derivovala napríklad podľa $P_i(t)$ pre HDD1, sa parciálne zderivuje najskôr štruktúrna funkcia (2) podľa x_1 a pre výsledok (11) sa už získa časovo závislý BI použitím (9) a teda sa dostane časovo závislý BI pre HDD1, ktorý má tvar:

$$\mathrm{BI}_1(t) = 1 - P_2(t) - P_3(t)P_4(t) + P_2(t)P_3(t)P_4(t). \tag{15}$$

V práci sa tiež nachádzajú 3 prípadové štúdie, v ktorých je ukázané využitie tohto prístupu pre dátové úložisko, letku dronov a strážny sledovací systém.

3. Podpis prežitia systému s použitím logického diferenciálneho počtu

Štruktúrna funkcia predstavuje užitočný a elegantný opis návrhu systému, má však určité obmedzenia. Napríklad v prípade porovnania návrhu systému je použitie tohto prístupu náročnejšie, najmä pri väčšom počte komponentov systému [1], [16]. Z tohto dôvodu vzniklo viacero matematických prístupov, pričom jeden z nich je známy ako podpis prežitia systému [15]. Tento prístup je možné použiť pre systémy s $K \geq 1$ typmi komponentov v časovo závislej a aj nezávislej analýze spoľahlivosti systémov. Podpis prežitia $\Phi(l_1, l_2, \dots, l_K), l_k = 0,1, \dots, n_k$ je definovaný ako pravdepodobnosť, že systém s n komponentmi je funkčný, ak presne l_k systémových komponentov typu k je funkčných pre $k = 1,2, \dots, K$ a má nasledovný tvar:

$$\Phi(l_1, l_2, \dots, l_K) = \left[\prod_{k=1}^{K} \binom{n_k}{l_k}^{-1}\right] * \sum_{\boldsymbol{x} \in S_{l_1, l_2, \dots, l_K}} \phi(\boldsymbol{x}), \tag{16}$$

kde $S_{l_1, l_2, \dots, l_K}$ je množina všetkých stavových vektorov $\boldsymbol{x}$ s presne $l_1, l_2, \dots, l_K$ pracujúcimi systémovými komponentmi. Na ilustráciu v prípade dátového úložiska sa zavedie nasledovný predpoklad: HDD 1 a 3 sú typu 1 a HDD 2 a 4 sú typu 2. Tabuľka 2 obsahuje všetky hodnoty podpisu prežitia dátového úložiska. Z týchto hodnôt je zjavné, že systém má najhoršiu pravdepodobnosť prežitia v situáciách, kedy funguje len jeden HDD. Tiež je možné si všimnúť, že podpis prežitia systému predstavuje popis MSS (v ojedinelých prípadoch BSS), ktorý ale vzniká na základe typu komponentov z BSS, čo je potom využiteľné pri definovaní nových smerových parciálnych derivácií pre podpis prežitia.

Tabuľka 2 Podpis prežitia dátového úložiska

Typ 1 (l_1)	Typ 2 (l_2)	$\Phi(l_1, l_2)$
0	0	0
0	1	0.5
0	2	1
1	0	0.5
1	1	1
1	2	1
2	0	1
2	1	1
2	2	1

Keďže bolo v predošlej časti ukázané, ako je možné využiť DPLD pri výpočtoch IMs, tak by bolo vhodné použiť DPLD aj pri podpise prežitia, čím rozšírime jeho použiteľnosť v analýze dôležitosti. Z toho dôvodu sú v tejto práci definované tri nové DPLDs pre podpis prežitia.

Prvá DPLD pre podpis prežitia indikuje možnosť zlyhania systému pre daný počet funkčných komponentov daného typu, ak jeden z komponentov tohto typu zlyhá:

$$\frac{\partial\Phi(l_1,\dots,l_K)\downarrow}{\partial l_k(a\to a-1)} = \begin{cases}1, & \Phi(l_1,\dots,a_k,\dots,l_K) > \Phi(l_1,\dots,a_k-1,\dots,l_K) \\ 0, & \text{inak}\end{cases}, \tag{17}$$

kde $a \in \{1,2,\dots,n_k\}$ je počet pracujúcich komponentov typu $k \in \{1,2,\dots,K\}$. Táto parciálna derivácia je nenulová pre $(l_1,\dots,a_k,\dots,l_K)$ pracujúcich komponentov každého typu iba ak $\Phi(l_1,\dots,a_k,\dots,l_K) > \Phi(l_1,\dots,a_k-1,\dots,l_K)$. Na základe toho, že podpis prežitia je možné chápať ako MSS, je možné túto deriváciu chápať aj ako integrovanú smerovú parciálnu deriváciu typu 2, ktorá je popísaná v [26]. Tiež je možné definovať SI využívajúci túto DPLD, ktorý je nasledovný:

$$\mathrm{SI}_{k,a}^{\downarrow} = \mathrm{TD}\left(\frac{\partial\Phi(l_1,\dots,l_K)\downarrow}{\partial l_k(a\to a-1)}\right), \tag{18}$$

pričom táto definícia zodpovedá $\mathrm{SI}_{i,s}^{\downarrow}$ v [26]. Tento SI predstavuje relatívny počet situácií, v ktorých je počet fungujúcich komponentov a typu k kritický pre degradáciu systému. Tabuľka 3 obsahuje všetky hodnoty prvej DPLD a SI pre dátové úložisko. Z týchto hodnôt je možné usúdiť, že DPLD a SI sú symetrické. Toto je spôsobené tým, že oba typy sú rovnako rozmiestnené v topológii systému. Z hodnôt SI je možné vidieť, že viac dôležité je zlyhanie komponentu typu 1 (resp. 2) vtedy, keď je funkčný už len jeden komponent daného typu.

Tabuľka 3 Prvá DPLD a SI pre dátové úložisko

Typ 1 (l_1)	Typ 2 (l_2)	$\Phi(l_1,l_2)$	$\frac{\partial\Phi(l_1,l_2)\downarrow}{\partial l_1(2\to1)}$	$\frac{\partial\Phi(l_1,l_2)\downarrow}{\partial l_1(1\to0)}$	$\frac{\partial\Phi(l_1,l_2)\downarrow}{\partial l_2(2\to1)}$	$\frac{\partial\Phi(l_1,l_2)\downarrow}{\partial l_2(1\to0)}$
0	0	0	-	-	-	-
0	1	0.5	-	-	-	1
0	2	1	-	-	1	-
1	0	0.5	-	1	-	-
1	1	1	-	1	-	1
1	2	1	-	0	0	-
2	0	1	1	-	-	-
2	1	1	0	-	-	0
2	2	1	0	-	0	-
$\mathrm{SI}_{k,a}^{\downarrow}$			0.333	0.667	0.333	0.667

Druhá DPLD pre podpis prežitia naznačuje možnosť zlyhania systému, ak jeden zo systémových komponentov daného typu zlyhá:

$$\frac{\partial\Phi(l_1,\dots,l_K)\downarrow}{\partial l_k\downarrow} = \begin{cases}1, & \Phi(l_1,\dots,l_k,\dots,l_K) > \Phi\left(l_1,\dots,\widetilde{l_k},\dots,l_K\right) \\ 0, & \text{inak}\end{cases} \tag{19}$$

alebo

$$\frac{\partial\Phi(l_1,\ldots,l_K)\downarrow}{\partial l_k\downarrow}=\bigcup_{a=1}^{n_k}\frac{\partial\Phi(l_1,\ldots,l_K)\downarrow}{\partial l_k(a\rightarrow a-1)},\tag{20}$$

kde $\widetilde{l_k}=l_k-1$. Z definície (20) je zrejmé, že táto derivácia je zjednotením (17) pre každé $a=1,2,\ldots,n_k$. Druhú DPLD je možné použiť pre výpočet SI nasledovne:

$$\mathrm{SI}_k^{\downarrow}=\mathrm{TD}\left(\frac{\partial\Phi(l_1,\ldots,l_K)\downarrow}{\partial l_k\downarrow}\right)=\frac{\sum_{a=1}^{n_k}\mathrm{SI}_{k,a}^{\downarrow}}{n_k},\tag{21}$$

pričom táto definícia korešponduje s definíciou $\mathrm{SI}_i^{\downarrow}$ v [26]. Tento SI predstavuje relatívny počet situácií, v ktorých degradácia komponentu typu k spôsobí degradáciu systému. Tabuľka 4 obsahuje všetky hodnoty druhej DPLD a tiež SI pre dátové úložisko. Z týchto hodnôt a hlavne SI je ešte viac zrejmá symetrickosť typov komponentov. Táto derivácia a SI ponúkajú jasnejší pohľad na vplyv počtu pracujúcich komponentov daného typu na prežitie systému.

Tabuľka 4 Druhá DPLD a SI pre dátové úložisko

Type 1 (l_1)	Type 2 (l_2)	$\Phi(l_1,l_2)$	$\frac{\partial\Phi(l_1,l_2)\downarrow}{\partial l_1\downarrow}$	$\frac{\partial\Phi(l_1,l_2)\downarrow}{\partial l_2\downarrow}$
0	0	0	-	-
0	1	0.5	-	1
0	2	1	-	1
1	0	0.5	1	-
1	1	1	1	1
1	2	1	0	0
2	0	1	1	-
2	1	1	0	0
2	2	1	0	0
$\mathrm{SI}_k^{\downarrow}$			0.5	0.5

Tretia a posledná DPLD pre podpis prežitia ukazuje mieru zlyhania systému, ak zlyhá jeden z komponentov daného typu:

$$\frac{\partial\Phi(l_1,\ldots,l_K)\Downarrow}{\partial l_k\downarrow}=\begin{cases}\xi, & \Phi(l_1,\ldots,l_k,\ldots,l_K)>\Phi(l_1,\ldots,\widetilde{l_k},\ldots,l_K)\\ 0, & \text{inak}\end{cases}\tag{22}$$

kde $\xi=\Phi(l_1,\ldots,l_k,\ldots,l_K)-\Phi(l_1,\ldots,\widetilde{l_k},\ldots,l_K)$ pre l_k = 1, 2,..., n_k a $\widetilde{l_k}=l_k-1$. Ďalšia definícia tejto DPLD je nasledovná:

$$\frac{\partial\Phi(l_1,\ldots,l_K)\Downarrow}{\partial l_k\downarrow}=(n_k)^{-1}\cdot\sum_{x_i\in N_k}\Phi\left(\frac{\partial\phi(1\rightarrow 0)}{\partial x_i(1\rightarrow 0)}\right)\tag{23}$$

kde $\Phi\left(\frac{\partial\phi(1\to0)}{\partial x_i(1\to0)}\right)$ je transformácia každej $\frac{\partial\phi(1\to0)}{\partial x_i(1\to0)}$ na základe podpisu prežitia a N_k je množina všetkých komponentov typu k. SI pre túto deriváciu predstavuje priemerný pokles hodnoty podpisu prežitia za predpokladu zníženia počtu pracujúcich komponentov typu k, čo sa dá vyjadriť nasledovne:

$$\mathrm{SI}_k^{\Downarrow} = \frac{\sum_{\boldsymbol{l}\in S_k} \frac{\partial\Phi(\boldsymbol{l})\Downarrow}{\partial l_k\downarrow}}{n_k * \prod_{i\in M_k}(n_i+1)}, \tag{24}$$

kde $\boldsymbol{l} = (l_1, \ldots, l_K)$ je vektor premenných, ktoré reprezentujú počet funkčných komponentov každého typu, S_k je množina všetkých vektorov $\boldsymbol{l}$, pre ktoré $l_k \in \{1, 2, .., n_k\}$ a $l_i \in \{0,1, 2, .., n_i\}$ pre $i = 1, \ldots, k-1, k+1, \ldots, K$, a M_k je množina $\{1, \ldots, k-1, k+1, \ldots, K\}$. Tabuľka 5 obsahuje všetky hodnoty tretej DPLD a tiež SI pre dátové úložisko. Táto DPLD a SI vyjadrujú ešte jasnejší pohľad na dôležitosť typov komponentov pre fungovanie systému.

Tabuľka 5 Tretia DPLD a SI pre dátové úložisko

Type 1 (l_1)	Type 2 (l_2)	$\Phi(l_1, l_2)$	$\frac{\partial\Phi(l_1,l_2)\Downarrow}{\partial l_1\downarrow}$	$\frac{\partial\Phi(l_1,l_2)\Downarrow}{\partial l_2\downarrow}$
0	0	0	-	-
0	1	0.5	-	0.5
0	2	1	-	0.5
1	0	0.5	0.5	-
1	1	1	0.5	0.5
1	2	1	0	0
2	0	1	0.5	-
2	1	1	0	0
2	2	1	0	0
$\mathrm{SI}_k^{\Downarrow}$			0.25	0.25

V práci sa tiež nachádzajú 4 prípadové štúdie, v ktorých je ukázané využitie tohto prístupu pre dátové úložisko, sériovo-paralelný systém, systém s mostovým zapojením a vodnú elektráreň.

4. Záver

Súčasný stav a vývoj technológií prináša nové výzvy v teórii spoľahlivosti. Medzi ne patrí hlavne analýza zložitých systémov zložených z mnohých komponentov s rôznym správaním. Skúmanie takýchto systémov vyžaduje vývoj nových prístupov, ktoré umožňujú vhodne popísať ich vlastnosti, a tiež nových metód, ktoré umožňujú analýzu ich vlastností. Možným riešením prvej úlohy je použitie podpisu prežitia [15], ktorý predstavuje kompaktnú formu štruktúrnej funkcie systému. Riešením druhej úlohy môže byť použitie metodiky logického diferenciálneho počtu, ktorého možnosti použitie v časovo nezávislej analýze spoľahlivosti boli ukázané v [13], [14]. Avšak pre riešenie problémov reálneho sveta je veľmi dôležité, aby sme boli schopní vykonať časovo závislú analýzu, ktorá nám umožňuje zistiť, ako sa menia vlastnosti systému v priebehu času. V tejto práci bolo ukázané, že logický diferenciálny počet sa dá použiť aj v časovo závislej analýze spoľahlivosti, a bol navrhnutý koncept, ako je možné využiť metodiku logického diferenciálneho počtu pre podpis prežitia, čo umožňuje rozšíriť jeho uplatniteľnosť na analýzu vlastností systémov zložených z veľkého množstva komponentov rôznych typov. Pre dosiahnutie týchto výsledkov bolo potrebné:

- preskúmať teoretické základy analýzy spoľahlivosti založenej na štruktúrnej funkcii:
  - ✓ bolo ukázané, ako je možné použiť štruktúrnu funkciu v analýze spoľahlivosti a ako je možné použiť prístupy akými sú logický diferenciálny počet, podpis prežitia, v analýze spoľahlivosti založenej na štruktúrnej funkcii;
- analyzovať prístupy navrhnuté v [13], [14] na výpočet časovo nezávislých IMs na základe logického diferenciálneho počtu:
  - ✓ bolo ukázané, ako sa dá logický diferenciálny počet použiť pri výpočte spoľahlivostných a štruktúrnych IMs;
- rozšíriť prístup pre výpočet IM nezávislých na čase na výpočet časovo závislých IMs:
  - ✓ bolo ukázané, ako sa dá logický diferenciálny počet použiť pri výpočte časovo závislých IMs, najmä pre BI, ktorý je základom mnohých ďalších časovo závislých IMs, ako napríklad CI,
  - ✓ použiteľnosť nového prístupu bola demonštrovaná na troch prípadových štúdiách týkajúcich sa dátového úložiska, flotily dronov a strážneho sledovacieho systému;
- definovať DPLDs pre analýzu spoľahlivosti založenej na podpise prežitia a ukázať ich význam a použitie v analýze spoľahlivosti:

- ✓ boli navrhnuté tri nové typy DPLDs, ktorými je možné skúmať následky zlyhania jedného alebo viacerých komponentov daného typu pre systém,
- ✓ boli navrhnuté tri nové SIs, ktoré vyjadrujú dôležitosť komponentov daného typu pre fungovanie systému a používajú novo definované DPLD,
- ✓ použiteľnosť nových DPLDs a SIs navrhnutých v tejto práci bola demonštrovaná na štyroch prípadových štúdiách zaoberajúcich sa sériovo-paralelným systémom, dátovým úložiskom, systémom s mostnou topológiou a vodnou elektrárňou.

Ako bolo uvedené vyššie, kľúčovým prínosom tejto práce je preukázanie, že logický diferenciálny počet sa dá použiť aj v časovo závislej analýze spoľahlivosti a že je možné ho kombinovať s podpisom prežitia na analýzu vplyvu typu komponentu (nie konkrétneho komponentu) na funkčnosť systému.

Summary

Examining system reliability is a complex problem that involves many tasks. One such task is to evaluate the importance of system components. This information can be used for a variety of purposes, such as system maintenance or optimizing system reliability. The principal goal of this work is to develop new approaches for reliability analysis of system based on the structure function that allows time-dependent analysis of the system and to reduce the mathematical representation of system with large number of components. The first part of this goal is solved using a logical differential calculus and the second part using a survival signature. These new approaches are demonstrated in selected case studies.

Použité zdroje

[1] E. Zio, “Reliability engineering: Old problems and new challenges,” *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, vol. 94, no. 2, pp. 125–141, Feb. 2009, doi: 10.1016/J.RESS.2008.06.002.

[2] H. W. Block, R. E. Barlow, and F. Proshan, “Statistical Theory of Reliability and Life Testing: Probability Models.,” *J. Am. Stat. Assoc.*, vol. 72, no. 357, p. 227, Mar. 1977, doi: 10.2307/2286944.

[3] M. Rausand and A. Høyland, *System Reliability Theory: Models, Statistical Methods, and Applications*. Wiley, 2003.

[4] R. Grouchko, Daniel; Kaufmann, Arnold; Cruon, *Mathematical Models for the Study of the Reliability of Systems*. Elsevier Science, 1977.

[5] B. Natvig, *Multistate systems reliability theory with applications*. wiley, 2010.

[6] A. Lisnianski and G. Levitin, *Multi-State System Reliability: Assessment, Optimization and Applications*. WORLD SCIENTIFIC, 2003.

[7] W. G. Schneeweiss, “A short Boolean derivation of mean failure frequency for any (also non-coherent) system,” *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, vol. 94, no. 8, pp. 1363–1367, Aug. 2009, doi: 10.1016/j.ress.2008.12.001.

[8] M. Kvassay, V. Levashenko, and E. Zaitseva, “Analysis of minimal cut and path sets based on direct partial Boolean derivatives,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part O J. Risk Reliab.*, vol. 230, no. 2, pp. 147–161, 2016, doi: 10.1177/1748006X15598722.

[9] M. J. Armstrong, “Reliability-importance and dual failure-mode components,” *IEEE Trans. Reliab.*, vol. 46, no. 2, pp. 212–221, 1997, doi: 10.1109/24.589949.

[10] J. Zhang, “Multi-function system reliability,” in *Proceedings - Annual Reliability and Maintainability Symposium*, 2019, vol. 2019-Janua, doi: 10.1109/RAMS.2019.8769001.

[11] J. L. Marichal, “Structure Functions and Minimal Path Sets,” *IEEE Trans. Reliab.*, vol. 65, no. 2, pp. 763–768, 2016, doi: 10.1109/TR.2015.2513017.

[12] N. Brinzei and J.-F. Aubry, “Graphs models and algorithms for reliability assessment of coherent and non-coherent systems,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part O J. Risk Reliab.*, vol. 232, pp. 201–215, 2018, doi: 10.1177/1748006X17744381.

[13] E. Zaitseva, V. Levashenko, and J. Kostolny, “Importance analysis based on logical differential calculus and Binary Decision Diagram,” *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, vol. 138, pp. 135–144, Jun. 2015, doi: 10.1016/J.RESS.2015.01.009.

[14] W. Kuo and X. Zhu, *Importance Measures in Reliability, Risk, and Optimization: Principles and Applications*. John Wiley and Sons, 2012.

[15] F. P. A. Coolen and T. Coolen-Maturi, “Generalizing the signature to systems with multiple types of components,” *Adv. Intell. Soft Comput.*, vol. 170 AISC, pp. 115–130, 2012, doi: 10.1007/978-3-642-30662-4-8.

[16] F. J. Samaniego, *System Signatures and their Applications in Engineering Reliability*, vol. 110. 2007.

[17] A. S. M. Al Luhayb, T. Coolen-Maturi, and F. P. A. Coolen, “Smoothed Bootstrap for Survival Function Inference,” in *Proceedings of the International Conference on Information and Digital Technologies 2019, IDT 2019*, 2019, pp. 296–303, doi: 10.1109/DT.2019.8813347.

[18] F. P. A. Coolen and T. Coolen-Maturi, “The structure function for system reliability as predictive (imprecise) probability,” *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, vol. 154, pp. 180–187, Oct. 2016, doi: 10.1016/J.RESS.2016.06.008.

[19] G. Feng, E. Patelli, M. Beer, and F. P. A. Coolen, “Imprecise system reliability and component importance based on survival signature,” *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, vol. 150, pp. 116–125, Jun. 2016, doi: 10.1016/J.RESS.2016.01.019.

[20] E. Zaitseva and V. Levashenko, “Reliability analysis of multi-state system with application of multiple-valued logic,” *Int. J. Qual. Reliab. Manag.*, vol. 34, no. 6, pp. 862–878, 2017, doi: 10.1108/IJQRM-06-2016-0081.

[21] E. Zaitseva and V. Levashenko, “Multiple-Valued Logic mathematical approaches for multi-state system reliability analysis,” *J. Appl. Log.*, vol. 11, no. 3, pp. 350–362, Sep. 2013, doi: 10.1016/j.jal.2013.05.005.

[22] D. Butler, “COMPLETE IMPORTANCE RANKING FOR COMPONENTS OF BINARY COHERENT SYSTEMS, WITH EXTENSIONS TO MULTI-STATE

SYSTEMS.," *Nav. Res. Logist. Q.*, 1979, doi: 10.1002/nav.3800260402.

[23] V. Papadopoulos and D. G. Giovanis, "Reliability analysis," in *Mathematical Engineering*, no. 9783319645278, Springer Verlag, 2018, pp. 71–98.

[24] B. Steinbach and C. Posthoff, "Boolean differential calculus," *Synth. Lect. Digit. Circuits Syst.*, vol. 12, no. 1, pp. 1–217, Jun. 2017, doi: 10.2200/S00766ED1V01Y201704DCS052.

[25] S. N. Yanushkevich, D. Michael Miller, V. P. Shmerko, and R. S. Stanković, *Decision diagram techniques for micro- and nanoelectronic design: Handbook*. CRC Press, 2005.

[26] M. Kvassay, E. Zaitseva, and V. Levashenko, "Importance analysis of multi-state systems based on tools of logical differential calculus," *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, vol. 165, pp. 302–316, Sep. 2017, doi: 10.1016/j.ress.2017.03.021.

Zoznam publikovaných prác

[w1] J. Rabcan, P. Rusnak, E. Zaitseva, D. Macekova, M. Kvassay, and I. Sotakova, "Analysis of Data Reliability based on Importance Analysis," in *Proceedings of the International Conference on Information and Digital Technologies 2019, IDT 2019*, 2019, pp. 402–408, doi: 10.1109/DT.2019.8813668.

[w2] E. Zaitseva, V. Levashenko, I. Lukyanchuk, M. Kvassay, J. Rabcan, and P. Rusnak, "Application of Generalised Reed-Muller Expansion in Development of Programmable Logic Array," in *Proceedings of the 2019 10th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications, IDAACS 2019*, 2019, vol. 2, pp. 769–774, doi: 10.1109/IDAACS.2019.8924457.

[w3] E. Zaitseva, V. Levashenko, I. Lukyanchuk, J. Rabcan, M. Kvassay, and P. Rusnak, "Application of generalized reed–muller expression for development of non-binary circuits," *Electron.*, vol. 9, no. 1, 2020, doi: 10.3390/electronics9010012.

[w4] J. Kostolny, E. Zaitseva, P. Rusnak, and M. Kvassay, "Application of multiple-valued logic in importance analysis of k-out-of-n multi-state systems," in *Proceedings of The International Symposium on Multiple-Valued Logic*, 2018, vol. 2018-May, pp. 19–24, doi: 10.1109/ISMVL.2018.00012.

[w5] J. Rabcan, P. Rusnak, and S. Subbotin, "Classification by fuzzy decision trees inducted based on Cumulative Mutual Information," in *14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering, TCSET 2018 - Proceedings*, 2018, vol. 2018-April, pp. 208–212, doi: 10.1109/TCSET.2018.8336188.

[w6] M. Kvassay, P. Rusnak, and P. Sedlacek, "Computation of birnbaum's importance using logic differential calculus," in *2019 42nd International Conference on Telecommunications and Signal Processing, TSP 2019*, 2019, pp. 613–616, doi: 10.1109/TSP.2019.8768854.

[w7] V. Levashenko, I. Lukyanchuk, E. Zaitseva, M. Kvassay, J. Rabcan, and P. Rusnak, "Development of Programmable Logic Array for Multiple-Valued Logic Functions," *IEEE Trans. Comput. Des. Integr. Circuits Syst.*, 2020, doi: 10.1109/TCAD.2020.2966676.

[w8] J. Rabcan and P. Rusnak, “Generation of structure function based on ambiguous and incompletely specified data using the fuzzy decision trees,” in *ICETA 2017 - 15th IEEE International Conference on Emerging eLearning Technologies and Applications, Proceedings*, 2017, doi: 10.1109/ICETA.2017.8102521.

[w9] P. Rusnak, M. Kvassay, A. Forgac, and E. Zaitseva, “Logic differential calculus in time-dependent analysis of a pair of system components,” in *Proceedings of 2018 IEEE 9th International Conference on Dependable Systems, Services and Technologies, DESSERT 2018*, 2018, pp. 442–447, doi: 10.1109/DESSERT.2018.8409174.

[w10] P. Rusnak, M. Kvassay, P. Sedlacek, and E. Zaitseva, “Logic Differential Calculus in Time-Dependent Importance Analysis Based on Minimal Cut Vectors,” in *2019 14th International Conference on Advanced Technologies, Systems and Services in Telecommunications, TELSIKS 2019 - Proceedings*, 2019, pp. 74–77, doi: 10.1109/TELSIKS46999.2019.9002094.

[w11] E. Zaitseva, I. Piestova, J. Rabcan, and P. Rusnak, “Multiple-Valued and Fuzzy Logics Application to Remote Sensing Data Analysis,” in *2018 26th Telecommunications Forum, TELFOR 2018 - Proceedings*, 2018, doi: 10.1109/TELFOR.2018.8612109.

[w12] M. Kvassay, J. Rabcan, and P. Rusnak, “Multiple-valued logic in analysis of critical states of multi-state system,” in *Proceedings of the International Conference on Information and Digital Technologies, IDT 2017*, 2017, pp. 212–217, doi: 10.1109/DT.2017.8024299.

[w13] P. Rusnak, M. Kvassay, E. Zaitseva, V. Kharchenko, and H. Fesenko, “Reliability Assessment of Heterogeneous Drone Fleet with Sliding Redundancy,” in *Conference Proceedings of 2019 10th International Conference on Dependable Systems, Services and Technologies, DESSERT 2019*, 2019, pp. 19–24, doi: 10.1109/DESSERT.2019.8770031.

[w14] E. Zaitseva, V. Levashenko, J. Rabcan, M. Kvassay, and P. Rusnak, “Reliability Evaluation of Multi-State System Based on Incompletely Specified Data and Structure Function,” in *Proceedings of the 2019 10th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications, IDAACS 2019*, 2019, vol. 2, pp. 741–746, doi: 10.1109/IDAACS.2019.8924454.

[w15] S. Stankevich, I. Piestova, E. Zaitseva, P. Rusnak, and J. Rabcan, “Satellite Imagery Spectral Bands Subpixel Equalization Based on Ground Classes’ Topology,” in *Proceedings of the International Conference on Information and Digital Technologies 2019, IDT 2019*, 2019, pp. 424–427, doi: 10.1109/DT.2019.8813338.

[w16] P. Rusnak, L. Cajka, and M. Kvassay, “Software Tool for Manipulation with Decision Diagrams Used in Reliability Analysis,” in *ICETA 2018 - 16th IEEE International Conference on Emerging eLearning Technologies and Applications, Proceedings*, 2018, pp. 475–482, doi: 10.1109/ICETA.2018.8572082.

[w17] P. Rusnak, P. Sedlacek, A. Forgac, O. Illiashenko, and V. Kharchenko, “Structure Function Based Methods in Evaluation of Availability of Healthcare system,” in *Conference Proceedings of 2019 10th International Conference on Dependable Systems, Services and Technologies, DESSERT 2019*, 2019, pp. 13–18, doi: 10.1109/DESSERT.2019.8770009.

[w18] M. Kvassay, V. Levashenko, J. Rabcan, P. Rusnak, and E. Zaitseva, “Structure function in analysis of multi-state system availability,” in *Safety and Reliability - Safe Societies in a Changing World - Proceedings of the 28th International European Safety and Reliability Conference, ESREL 2018*, 2018, pp. 897–906.

[w19] A. Forgac and P. Rusnak, “Teaching Module of Mathematical Methods in Reliability Engineering,” in *ICETA 2018 - 16th IEEE International Conference on Emerging eLearning Technologies and Applications, Proceedings*, 2018, pp. 163–172, doi: 10.1109/ICETA.2018.8572110.

[w20] P. Rusnak and J. Rabcan, “The software library used in teaching of multiple-valued logic and logic function,” in *ICETA 2017 - 15th IEEE International Conference on Emerging eLearning Technologies and Applications, Proceedings*, 2017, doi: 10.1109/ICETA.2017.8102524.

[w21] P. Rusnak, J. Rabcan, M. Kvassay, and V. Levashenko, “Time-dependent reliability analysis based on structure function and logic differential calculus,” in *Advances in Intelligent Systems and Computing*, vol. 761, 2019, pp. 409-419, doi: 10.1007/978-3-319-91446-6_38.

[w22] M. Kvassay, P. Rusnak, R. S. Stankovic, and A. Forgac, “Use of Binary Decision Diagrams in Importance Analysis Based on Minimal Cut Vectors,” in *2019 14th International Conference on Advanced Technologies, Systems and Services in Telecommunications, TELSIKS 2019 - Proceedings*, 2019, pp. 78–81, doi: 10.1109/TELSIKS46999.2019.9002349.

[w23] K. Pilarcikova, P. Rusnak, J. Rabcan, and J. Kostolny, “User experience in the development of the education system,” in *ICETA 2019 - 17th IEEE International Conference on Emerging eLearning Technologies and Applications, Proceedings*, 2019, pp. 626–632, doi: 10.1109/ICETA48886.2019.9040008.