ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE

AUTOREFERÁT

DIZERTAČNEJ PRÁCE

Žilina, máj, 2020 Ing. Andrej Forgáč

Žilinská univerzita v Žiline
Fakulta riadenia a informatiky

Andrej Forgáč, Ing.

Autoreferát dizertačnej práce

Analýza spoľahlivosti systémov na základe použitia viachodnotovej logiky

na získanie akademického titulu **„philosophiae doctor" (v skratke PhD.)**
v študijnom programe doktorandského štúdia
aplikovaná informatika

v študijnom odbore:
informatika

Žilina, máj 2020

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia alebo v externej forme doktorandského štúdia **na katedre informatiky, Fakulte riadenia a informatiky Žilinskej univerzity v Žiline**

Predkladateľ: **Ing. Andrej Forgáč**
Katedra informatiky
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita v Žiline

Školiteľ: **prof. Ing. Elena Zaitseva, PhD.**
Katedra informatiky
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita v Žiline

Oponent: **prof. Sergey Stankevich**
Scientific Centre for Aerospace Research of the Earth
Kyjev Ukrajina

Oponent: **doc. Ing. Penka Martincová, PhD.**
Fakulta humanitných vied
Žilinská univerzita v Žiline

Oponent: **doc. Ing. Jaroslav Majerník, PhD.**
Ústav lekárskej informatiky
Lekárska fakulta
Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach

Autoreferát bol rozoslaný dňa: ....

Obhajoba dizertačnej práce sa koná dňa 18.08.2020 o 10:30 h. pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce schválenou pracovnou skupinou odborovej komisie v študijnom odbore **informatika v študijnom programe aplikovaná informatika**, vymenovanou dekanom Fakulty riadenia a informatiky Žilinskej univerzity v Žiline dňa ....

prof. Ing. Karol Matiaško, PhD.
predseda pracovnej skupiny odborovej komisie
študijného programu **aplikovaná informatika**
v študijnom odbore **informatika**
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Univerzitná 8215/1
010 26 Žilina

Obsah

1 Predmet výskumu

Súčasný stav a úroveň technológií spôsobujú nové trendy a podmienky vo vývoji teórie spoľahlivosti. Existuje široká škála úloh, ktoré sa zvyčajne netýkajú teórie spoľahlivosti, o ktorých sa nedá rozhodnúť použitím tradičných metód. Takéto úlohy napríklad hodnotia riziko teroristického útoku (Levitin 2009), spoľahlivosť podnikovej analýzy (Solojentsev 2009), odhadujú riziká a dôsledky technologických havárií (Zio 2009) a mnoho ďalších. Moderné technológie zároveň umožňujú takmer bezporuchovú prevádzku technickej časti zložitých systémov. Táto situácia spôsobuje zmenu tradičných prístupov a podnecuje vývoj nových metód v teórii spoľahlivosti (Birolini 2014, Ushakov

2006, Zio 2009). E. Zio v prehľade o teórii spoľahlivosti (Zio 2009) definoval teóriu spoľahlivosti ako „presne ohraničený multidisciplinárny vedecký odbor, ktorého cieľom je poskytnúť súbor formálnych metód na výskum neurčitých hraníc medzi fungovaním a zlyhaním systému, riešením nasledujúcich otázok:

- Prečo zlyhávajú systémy, napr. použitím konceptov spoľahlivostnej fyziky na zistenie príčin a mechanizmov zlyhania a identifikáciu následkov;
- Ako vyvinúť spoľahlivé systémy, napr. návrhom založeným na spoľahlivosti;
- Ako merať a testovať spoľahlivosť pri návrhu, prevádzke a riadení;
- Ako udržiavať spoľahlivosť systémov pomocou údržby, diagnostiky a prognózy porúch. “

Podľa analýzy (Zio 2009) známe problémy teórie spoľahlivosti ako:

- matematický popis systému;
- kvantitatívna analýza systému;
- reprezentovanie, znázornenie a kvantifikácia neistoty v správaní systému,

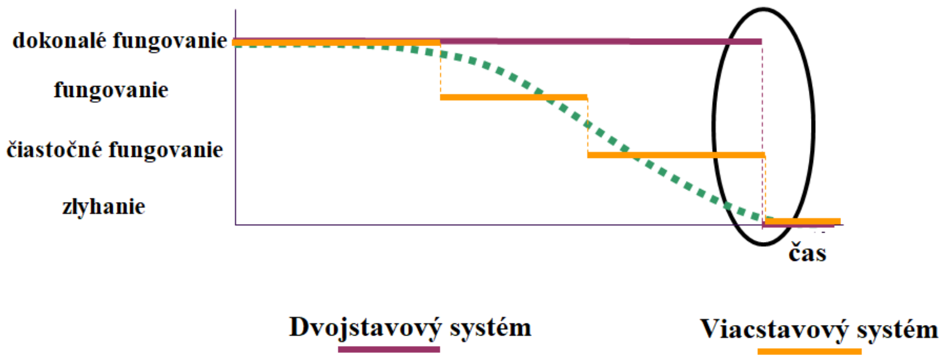
by sa mali brať do úvahy v rámci nových výziev v teórii spoľahlivosti. Na základe týchto skutočností je možné konštatovať, že skúmanie matematickej reprezentácie systému je relevantným problémom teórie spoľahlivosti. Hlavné kroky pre vývoj matematického znázornenia systému v teórii spoľahlivosti sú (Bris 2014, Aven 2017):

1. definícia počtu úrovní výkonnosti systému;
2. matematické znázornenie modelu systému;
3. kvantifikácia modelu systému (výpočet indexov);
4. meranie správania sa systému.

Prvý a druhý krok v analýze spoľahlivosti má koreláciu s počiatočnými údajmi. Cieľom týchto krokov je zostrojiť matematický model na hodnotenie spoľahlivosti. Preto sa v tejto práci venujeme v prvom rade týmto dvom krokom.

Prvý krok je definícia prístupu pre všeobecnú reprezentáciu systému. Existujú dva hlavné prístupy (Obrázok 1) na reprezentáciu systému pri analýze spoľahlivosti konkrétne viacstavový systém (MSS) (Barlow, 1978) a binárny systém (BSS) (Barlow, 1975). BSS umožňuje reprezentovať skúmaný systém ako matematický model s dvoma možnými stavmi, ktoré sú úplné zlyhanie a perfektné fungovanie. MSS, na rozdiel od BSS, umožňuje definovať aj viac ako dva stavy správania sa systému.

Podľa (Lisnianski, 2003) koncepcie ako práceschopnosť, spoľahlivosť a stavy systému môžu byť vyjadrené ako „úroveň výkonnosti“ MSS. Použitie MSS umožňuje podrobnejšie analyzovať spoľahlivosť systému avšak táto analýza je komplikovanejšia (Natvig 2010, Lisnianski 2003).



Obrázok 1 Dvojstavový a viacstavový systém

MSS nie je často používaný v analýze spoľahlivosti, pretože má dve hlavné obmedzenia. Prvým z nich je výpočtová zložitosť (Lisnianski, 2003). Uvedenie do analýzy ďalších úrovní výkonnosti systému a stavov komponentov spôsobuje značné zväčšenie dimenzie tejto matematickej reprezentácie. Druhým nedostatkom je málo účinných metód a algoritmov kvalitatívnej a kvantitatívnej analýzy pre MSS (Aven 2014, Birolini 2014, Zio 2009). Preto je výskum a vývoj v analýze spoľahlivosti MSS aktuálnym problémom v teórii spoľahlivosti.

Algoritmy pre hodnotenie MSS závisia od matematických metód použitých pri analýze systému. V (Lisnianski, 2003) autori uviedli štyri hlavné skupiny matematických metód analýzy MSS, ktoré reprezentujú správanie MSS formou štruktúrnej funkcie, Markovho modelu, univerzálne vytvárajúcej funkcii a matematického modelu založeného na simulácii Monte Carlo. Každý z týchto typov MSS má určité výhody. Dôležitými výhodami štruktúrnej funkcie sú jednoduchosť konštrukcie, možnosť aplikácie pre systém s akoukoľvek štrukturálnou zložitosťou a jednoduché metódy výpočtu indexov spoľahlivosti založené na metódach algebry logiky.

Typickým prístupom pri analýze štruktúrnych funkcií MSS je zovšeobecnenie metód pre analýzu štruktúrnych funkcií BSS, ktoré sú spravidla založené na booleovskej logike (Barlow 1975, Barlow 1978, Birolini 2014). Tento prístup má však obmedzenia, ktoré ho robia neefektívnym pre MSS. Ďalší prístup je založený na aplikovaní matematických metód viachodnotovej logiky (MVL) pri analýze štruktúrnej funkcie MSS (Zaitseva 2017, Zaitseva 2012, Kvassay 2017). Podľa tohto prístupu je štruktúrna funkcia vyjadrená ako funkcia MVL (Zaitseva 2017). Prístupy založené na matematických metódach MVL je možné využiť pre spracovanie a analýzu štruktúrnych funkcií MSS čo je ukázané pre výpočet práceschopnosti systému v (Zaitseva 2017, Zaitseva 2015), analýzu kritických stavov systému v (Kvassay 2017, Kvassay 2014) a analýzu dôležitosti v (Zaitseva 2012) , Zaitseva 2015).

Presná matematická reprezentácia je vytvorená v druhom kroku analýzy spoľahlivosti, ktorá vyplýva z matematických metód, ktoré sa použijú na vyhodnotenie skúmaného objektu / systému. Metódy analýzy spoľahlivosti MSS a BSS reprezentovaných štruktúrnou funkciou sú známe a bežne sa používajú v inžinierskej praxi a rôznych aplikáciách (Barlow 1978, Murchland 1975). Dôležité výhody štruktúrnej funkcie sú (Kolowrocki 2014, Lisnianski 2018, Natvig 2010):

- definícia univalentnej korelácie úrovne výkonnosti systému a stavov komponentov;
- zobrazenie systému akejkoľvek štrukturálnej zložitosti;
- zložitosť reprezentácie systému nezávisí od jeho štruktúry.

Jedným z hlavných problémov pre ďalší vývoj a používanie MSS je nedostatočný matematický základ pre jeho analýzu.

Štruktúrna funkcia je jednou zo základných reprezentácií MSS. Dimenzia štruktúrnej funkcie sa však značne zvyšuje s narastajúcim počtom komponentov systému (Zaitseva, 2003). Vývoj metód štruktúrnej funkcie by mal byť založený na ortogonalizácii a minimalizácii. Aby bolo možné využívať štruktúrnu funkciu v pravdepodobnostnej forme, musí byť logická forma reprezentácie štruktúrnej funkcie ortogonálna a minimálna (Solojentsev, 2009).

Typ matematickej reprezentácie závisí od detailnosti vyhodnotenia systému a od matematického prístupu, ktorý sa používa na výpočet indexov pri analýze spoľahlivosti.

Kvantifikácia systému v treťom kroku predpokladá výpočet indexov pri analýze spoľahlivosti ako sú napríklad funkcia spoľahlivosti, miera zlyhania, priemerný čas do zlyhania, priemerný čas na opravu, priemerný čas medzi poruchami, pokrytie porúch, dostupnosť, nedostupnosť, index dôležitosti atď. (Lisnianski, 2010). Matematická reprezentácia systému a vybraných metód v druhom kroku určuje algoritmy a metódy výpočtu týchto indexov. Algoritmy a metódy na výpočet indexov taktiež závisia od reprezentácie štruktúrnej funkcie (Murchland, 1975; Barlow 1978; Natvig 2010).

Po vypočítaní indexov je možné vykonať analýzu ich hodnôt. Meranie a zlepšovanie spoľahlivosti systému sa vykonáva vo štvrtom kroku pri vývoji stratégií pre zvýšenie spoľahlivosti systému, udržiavateľnosti a ďalších vlastností spoľahlivosti systému.

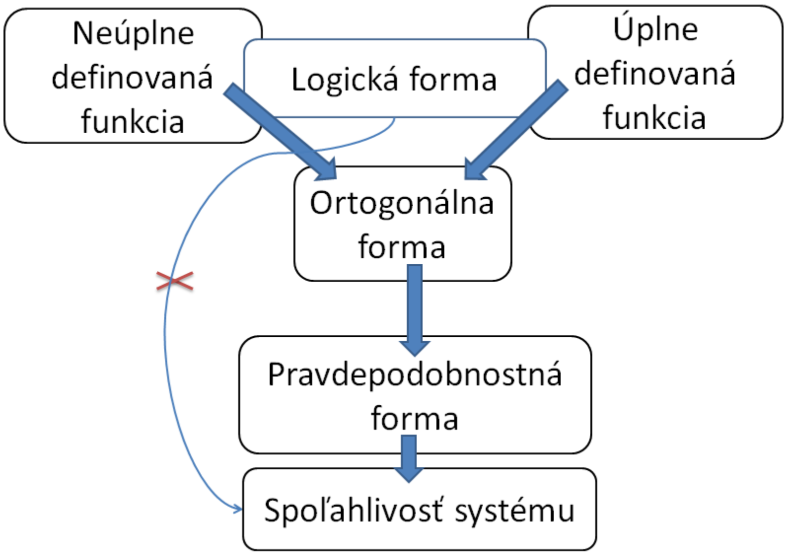
Ako vyplýva z analýzy základných krokov vytvorenia matematickej reprezentácie, matematická reprezentácia ľubovoľného systému sa začína definovaním počtu stavov a vývojom matematického opisu systému, ktorý úzko súvisí s matematickou metódou použitou pre vyhodnotenie systému. Preto sú tieto dva kroky pre nás najdôležitejšie a až po ich spracovaní môžeme vykonať ďalšiu analýzu zložitých systémov.

V tejto práci sa rozoberá analýza BSS a MSS. Analýza možného matematického opisu navrhnutá vyššie nám umožňuje zvoliť si štruktúrnu funkciu, pretože tento matematický opis sa dá skonštruovať pre systém akejkoľvek štrukturálnej zložitosti (Griffith 1980, Lisnianski & Levitin 2003). Štruktúrna funkcia definuje univalentnú koreláciu úrovne výkonnosti systému a stavov komponentov. Metódy založené na štruktúrnej funkcii boli vyvíjané a rozširované mnohými výskumami, napríklad v (Levitin, 2009, Zio 2019, Ushakov 2006).

Matematické metódy na vyhodnotenie štruktúrnej funkcie sú často založené na metódach algebry logiky. V prípade BSS sa tieto metódy vyvíjajú s použitím booleovskej logiky (Wood 1985, Schneeweiss 2009, Ryabinin 1981). Vyhodnotenie štruktúrnej funkcie MSS sa vykonáva pomocou viachodnotovej logiky (Zaitseva 2017, Rauzy, 2001). Dôležitou podmienkou väčšiny metód založených na štruktúrnej funkcii je reprezentácia štruktúrnej funkcie v ortogonálnej forme (Schneeweiss 2009, Ryabinin 1981, Rauzy, 2001). Táto forma je dôležitá pre reprezentáciu štruktúrnej funkcie, pretože umožňuje veľmi jednoduchú transformáciu logickej interpretácie štruktúrnej funkcie do pravdepodobnostnej formy (Ryabinin 1981, Griffith 1980, Reinske & Ushakov1988, Schneeweiss 2009, Sellers & Singpurwalla 2008). Väčšinu indexov (spoľahlivosť, nedostupnosť, indexy dôležitosti a iné) možno vypočítať iba na základe pravdepodobnostnej formy (Obrázok 2). Preto výpočet takýchto indexov vyžaduje pravdepodobnostnú formu štruktúrnej funkcie, ktorú je možné získať na základe logického ortogonálneho tvaru štruktúrnej funkcie. To vyžaduje vývoj algoritmov na ortogonalizáciu pôvodnej štruktúrnej funkcie (Ryabinin 1981).

Problém ortogonalizácie logických funkcií je typický problém v algebre logiky (Miller & Aaron 2008, Stankovic, Astola & Moraga 2012). Existujú viaceré ortogonálne formy pre logické funkcie. Jednou zo známych foriem je úplná disjunktívna normálna forma. Dôležitou nevýhodou tejto formy je veľká dimenzia, ktorá súvisí s počtom nenulových hodnôt booleovskej funkcie (Ryabinin 1981, Smirnov & Gajdamovich 2001, Rausand & Hoyland 2007). Preto je logická funkcia zvyčajne minimalizovaná a potom je pre túto funkciu implementovaná ortogonalizácia (Ryabinin 1981, Wood 1985). Existuje niekoľko metód na ortogonalizáciu booleovských funkcií, ktoré môžu byť efektívne použité na vytvorenie ortogonálnej štruktúrnej funkcie v analýze spoľahlivosti BSS. Ide najmä o metódu, ktorú navrhol prof. A. Ryabinin v (Ryabinin 1981) na základe vytvorenia špeciálnej maticovej transformácie. Avšak táto metóda nemôže byť vhodne použitá pre funkciu s veľkou dimenziou. Podľa vyhodnotenia v (Ryabinin 1981) sa táto metóda môže použiť pre funkciu s 20 premennými, čo znamená analýzu BSS iba s 20 komponentmi. Analýza ďalších skúmaní logických funkcií v ortogonalizácii ukázala, že prístup, ktorý navrhli prof. A. Zakrevskij a prof. Yu. Pottosin v (Zakrevskij a Pottosin 2005) sa môže použiť na funkciu s veľkou dimenziou a môže byť použitý na analýzu spoľahlivosti štruktúrnych funkcií. Táto metóda však bola vyvinutá iba pre booleovskú funkciu. Je potrebné poznamenať, že problém ortogonalizácie vo viachodnotovej logike nie je jednoznačne definovaný.

Problém ortogonalizácie vo viachodnotovej logike úzko súvisí s problémom minimalizácie logických funkcií, pretože funkcie vo viachodnotovej logike majú veľkú dimenziu (Petrik 2008). Preto by ortogonalizácia štruktúrnej funkcie MSS mala zahŕňať minimalizáciu tejto funkcie v prípade, že táto funkcia je vytvorená ako disjunktívna normálna forma. Jednu z možných adaptácii a interpretácii ortogonalizačného problému booleovskej logiky navrhol prof. M. Perkowski (Perkowski 1992). Tento výskum by sa mal rozpracovať na použitie pri analýze spoľahlivosti MSS. Na základe spomenutých faktov je ortogonalizácia podstatným problémom, ktorý by sa mal brať do úvahy pri aktuálnom výskume v teórii spoľahlivosti. Tento problém by sa mal obzvlášť zohľadniť pri analýze MSS (Sellers & Singpurwalla 2008).



Obrázok 2 Prechod z logickej formy na spoľahlivosť systému

Na základe vyššie spomenutých skutočností je preto hlavným cieľom práce vývoj a zdokonaľovanie matematického prístupu analýzy spoľahlivosti MSS pri vytváraní matematickej interpretácie skúmaného systému vo forme štruktúrnej funkcie s uplatnením matematického prístupu viachodnotovej logiky. Tento cieľ nás vedie ku skúmaniu vývoja metód na zostrojenie ortogonálnej formy štruktúrnej funkcie BSS a MSS. Vývoj takýchto metód vedie k nasledovným úlohám:

- pokračovanie výskumu z (Zakrevskij a Pottosin 2005) a vývoj algoritmu pre ortogonalizáciu štruktúrnej funkcie BSS na základe metódy navrhnutej autormi v (Zakrevskij a Pottosin 2005);
- analýza koncepcie ortogonálnej formy pre funkciu viachodnotovej logiky a definícia koncepcie ortogonalizácie pre štruktúrnu funkciu MSS;
- vývoj algoritmov pre minimalizáciu a ortogonalizáciu štruktúrnej funkcie MSS;
- validácia vyvinutých algoritmov pre ortogonalizáciu BSS a MSS na vybraných systémoch (štruktúrne funkcie BSS);
- analýza efektívnosti navrhovaných algoritmov.

2 Metódy založené na štruktúrnych funkciách

Kvantitatívne hodnotenie spoľahlivosti akéhokoľvek systému je možné na základe matematického znázornenia skúmaného systému.

2.1 Štruktúrna funkcia

Štruktúrna funkcia je jedna z možných matematických modelov reprezentujúcich skutočný systém v teórií spoľahlivosti. Štruktúrna funkcia udáva úroveň výkonnosti systému (spoľahlivosť/práceschopnosť) v závislosti od jeho stavov komponentov (Natvig 2010, Zio 2009):

$$\phi(\boldsymbol{x})=\phi(x_1,\ldots, x_n)\text{: } \{0,\ldots,m_1 -1\}\times\ldots\times\{0,\ldots,m_n -1\}\rightarrow\{0,\ldots,M -1\}, \tag{1}$$

kde $\phi(\boldsymbol{x})$ je stav systému od jeho zlyhania ($\phi(\boldsymbol{x}) = 0$) po dokonalú funkčnosť ($\phi(\boldsymbol{x}) = M -1$); $\boldsymbol{x} = (x_1,\ldots, x_n)$je stavový vektor; x_i je stav komponentu, ktorý sa mení od stavu zlyhania ($x_i = 0$) po dokonalú funkčnosť ($x_i = m_i -1$).

Systém so štruktúrnou funkciou (1) je viacstavový (MSS) a umožňuje nám reprezentovať a skúmať niektoré úrovne výkonnosti systému. Ak $M = m_i = 2$ štruktúrna funkcia (1) reprezentuje dvojstavový systém (BSS) , ktorý nám umožňuje analyzovať 2 systémové stavy: zlyhanie a bezchybné fungovanie. Štruktúrna funkcia (1) môže byť reprezentovaná ako klasifikačný model. Vzhľadom na túto reprezentáciu sú všetky vektory stavov systému (x_1, ..., x_n) rozdelené do M tried (Zaitseva, 2016).

Vzhľadom na matematickú definíciu (1) sa premenná štruktúrnej funkcie interpretuje ako komponent systému. Štruktúrna funkcia umožňuje reprezentáciu rôznych systémov.

Štruktúrna funkcia má rôzne vlastnosti v závislosti od typu skúmaného systému. V tejto práci sa uvažuje o koherentných systémoch, to znamená:

- štruktúrna funkcia je monotónna: $\phi((s -1)_i, \boldsymbol{x}) \leq \phi(s_i, \boldsymbol{x})$ pre každé $i \in \{1,\ldots, n\}$ a $s \in \{1,\ldots, m_i -1\}$;
- komponenty obsiahnuté v systéme nie sú irelevantné, kde $\phi(s_{\mathrm{i}}, \boldsymbol{x})=(x_1,\ldots,x_{\mathrm{i}-1},s,x_{\mathrm{i}+1},\ldots,x_{\mathrm{n}})$.

Hodnotenie MSS na základe štruktúrnej funkcie predpokladá vyjadrenie pravdepodobnosti jednotlivých stavov pre každú zložku systému.

Metódy posudzovania spoľahlivosti systému založené na reprezentácii štruktúrnych funkcií sú pevne stanovené. Tieto metódy sú deterministické a používajú sa pri kvantitatívnej a kvalitatívnej analýze. Štruktúrnu funkciu je možné vytvoriť na základe úplne špecifikovaných údajov, ktoré indikujú závislosti všetkých komponentov a ich stavov. Takéto údaje pre väčšinu systémov v reálnom svete sú neúplné a neisté. Typickým príkladom je analýza a hodnotenie ľudského faktora.

Štruktúrna funkciu BSS sa interpretuje ako logická funkcia. Táto funkcia popisuje logické prepojenie prvkov v systéme, ale neumožňuje analyzovať pravdepodobnostné podmienky - je to logická funkcia - neumožňuje nám povedať nič o spoľahlivosti systému - teda o pravdepodobnosti, že systém vykonáva svoje funkcie počas definovaného času za predpokladu, že to fungoval na začiatku. Je dôležité prejsť od logickej cez ortogonálnu formu k pravdepodobnostnej forme a tak prejsť k spoľahlivosti systému. MSS sa bude interpretovať ako funkcia viachodnotovej logiky.

Pravdepodobnosť úrovne výkonnosti systému je definovaná pre každú úroveň výkonnosti ako:

$$A_j = \Pr\{\phi(x) = j\}, j = 1, \dots, M - 1. \qquad (2)$$

V prácach (Barlow 1978, Hudson 1983, Lisnianski 2003) autori ukázali, že akýkoľvek stav systému s (j = 1,…, M -1) pre pevne stanovené komponenty koherentného MSS podľa predpokladu možno vypočítať ako súčet pravdepodobnosti stavov komponentov:

$$p_{is} = \Pr\{x_i = s\}, s = 0, \dots, m_i - 1. \qquad (3)$$

Ako bolo ukázané v prácach (Barlow 1978, Hudson 1983), štrukturálna funkcia (1) sa môže použiť na výpočet práceschopnosti systému (2), ak premenné štruktúrnej funkcie opisujú nezávislé udalosti. Toto je možné, ak štruktúrna funkcia je v kanonickej a ortogonálnej forme. Na výpočet práceschopnosti systému sa používajú dve vety z teórie pravdepodobnosti (2):

1. Pravdepodobnosť súčinu nezávislých udalostí a a b (súbežná udalosť) sa rovná súčinu pravdepodobností týchto udalostí:

$$Pr(ab) = Pr(a)Pr(b). \qquad (4)$$

2. Pravdepodobnosť súčtu nezlučiteľných udalostí a a b (najmenej jedna z nich nastane) sa rovná súčtu pravdepodobností týchto udalostí:

$$Pr(a + b) = Pr(a) + Pr(b). \qquad (5)$$

Praktické použitie dvoch viet (4) a (5) predpokladá zmenu premenných x_i ($i = 1, \dots, n$) štruktúrnej funkcie (1) pravdepodobnosťou stavov komponentov systému (3), ak je štruktúrna funkcia opísaná kanonickou a ortogonálnou formou. V (Caldarola, 1980) je ukázané, že pri interpretácii koherentných MSS možno pravdepodobnosť stavu systému j

(j = 0, ..., $m - 1$) vypočítať pre stavový vektor $\boldsymbol{x} = (x_1,\ldots,x_n)$ ako súčin pravdepodobností $\Pr\{x_i = s\}$stavov komponentov, kde s = 0, …, m_i−1 definuje možné stavy komponentu i. Jednou z podmienok nekoherentného systému je to, že premenné sú vzájomne nezávislé a preto môžeme na ich analýzu použiť pravidlo (4). To znamená, že ak pracujeme s 2 premennými a vypočítame pravdepodobnosť stavu, keď prvá premenná zlyhala a druhá premenná je v stave 1 (funkčná), použijeme pravdepodobnosť prvej premennej a pravdepodobnosť druhej premennej a aplikujeme násobenie, pretože tieto premenné sú nezávislé udalosti. Ak sa uvažuje o všetkých možných stavov, pri ktorých zlyhá systém, musia byť tieto stavy navzájom nekompatibilné (5), čo znamená, že jedna premenná nemôže byť v rovnakom stave pre funkčný a zlyhaný systém.

Dôležitým aspektom pri výpočte práceschopnosti systému je preto konštrukcia kanonickej a ortogonálnej formy štruktúrnej funkcie. Tento aspekt možno skúmať na základe metód booleovskej logiky pre BSS a na základe viachodnotovej logiky pre MSS.

3 Metódy tvorby štruktúrnych funkcií

3.1 Booleovská algebra

Boolovská algebra v abstraktnej algebre je definovaná ako komplementárne a distribučné zjednotenie a tento typ algebraickej štruktúry obsahuje základné vlastnosti množinových a logických operácií.

Booleovská logika je forma algebry, ktorá je sústredená okolo troch základných booleovských operácií OR(alebo), AND (a) a NOT(negácia).

Booleovská algebra je definovaná na množine dvoch prvkov, M = {0, 1}. Operácie booleovskej algebry dodržiavajú určité vlastnosti, nazývané zákony alebo axiómy, ktoré sa používajú na preukázanie všeobecnejších zákonov o booleovských výrazoch, aby sa napríklad výrazy zjednodušili.

3.2 Viachodnotová algebra

Viachodnotová algebra je zovšeobecnením booleovskej algebry založenej na súbore m prvkov $M = \{0, 1, 2, . . . ,m\}$. Primárnou výhodou viachodnotového systému je schopnosť kódovať viac informácií na premennú, ako dokáže binárny systém (Yanushkevich, 2006).

Definícia viachodnotovej logiky:

• Abeceda {0, 1, ..., m-1};

• Minimálne dve operácie: „*“ a „+“

• Konštanta „0“: $0 * X = 0$ a $0 + 0 = 0$, $X \in \{0, 1,\ldots, m\text{-}1\}$

Operácie booleovskej algebry majú svoje analógie vo viachodnotovej algebre. Viachodnotové náprotivky binárnych operátorov OR, AND sú viachodnotovými konjunkciami, disjunkciami.

Typickým prístupom pre analýzu štruktúrnej funkcie MSS je zovšeobecnenie metód pre analýzu štruktúrnej funkcie BSS, ktoré sú založené na booleovskej logike. Tento prístup však neumožňuje použitie všetkých detailov MSS. Ďalší prístup je založený na použití matematických metód MVL pre analýzu štruktúrnych funkcií MSS. Podľa tohto prístupu je štruktúrna funkcia interpretovaná ako funkcia MVL.

3.3 Ortogonalizácia

Ortogonalizácia je veľmi dôležitá pre spracovanie štruktúrnej funkcie pri analýze spoľahlivosti. Očakáva nezávislé udalosti. Jej použitím sa môže ľahko prejsť z logickej na pravdepodobnostnú formu.

V niektorých vedeckých článkoch sa uvažovalo o koncepcii ortogonalizácie v MVL (Perkowski 1992, Perkowski 1991).

V tejto práci je koncepcia ortogonalizácie braná do úvahy pre tabuľku pravdivosti štruktúrnej funkcie MSS (funkcia MVL) alebo premenných vektorov štruktúrnej funkcie. Zvažujú sa dva typy ortogonalizácie: úplné ortogonálne premenné vektory a čiastočne ortogonálne premenné vektory.

Podobne ako booleovská logika, dva vektory premenných štruktúrnej funkcie MSS (funkcia MVL) sú ortogonálne, ak sú vzájomne disjunktné. Majme dva vektory premenných $a_1 \ldots a_j \ldots a_n$ a $b_1 \ldots b_j \ldots b_n$ kde a_i, $b_i \in \{0, \ldots, m_i\text{-}1\}$. Tieto vektory sú ortogonálne, ak aspoň jedna dvojica premenných spĺňa podmienku $a_i \neq b_i$.

Sada úplne ortogonálnych vektorov premenných pozostáva z m_i vektorov premenných pre ktoré existuje jedna premenná, ktorá má v každom vektore rôzne hodnoty, a ostatné hodnoty premenných sú rovnaké. Premenná sa nazýva ortogonálna premenná, ak má pre tieto vektory rôzne hodnoty.

Ak máme napríklad štruktúrnu funkciu MSS s $m_i = m_s = M = 3$ (všetky vstupné a výstupné premenné môžu byť v 3 stavoch - štruktúrna funkcia (1) je homogénna, ak $M = m_i = m_j$ for $i \neq j$) a n = 4. Vektory premenných 0102, 0112, 0122 sú úplné ortogonálne, pretože x_1, x_2 a x_4 majú rovnaké hodnoty a x_3 má rôzne hodnoty od 0 do 2.

Sada čiastočne ortogonálnych vektorov premenných pozostáva z s vektorov premenných ($2 \leq s \leq m_i$-1) pre ktoré existuje jedna premenná, ktorá má v každom vektore rôzne hodnoty, a ostatné hodnoty premenných sú rovnaké. Premenná sa nazýva ortogonálna premenná, ak má pre tieto vektory rôzne hodnoty.

Dva vektory premenných 0112 a 0122 sú čiastočne ortogonálne pre štruktúrnu funkciu MSS s n = 4 komponentmi a pre m_i = m_s =M =3. Premenné x_1, x_2 a x_4 majú rovnaké hodnoty a x_3 má rôzne hodnoty od 1 a 2.

Koncepcie úplnej a čiastočne ortogonalizácie sa používajú v algoritme na minimalizáciu tabuľky pravdivosti štruktúrnej funkcie MSS.

3.3.1 Boolovská funkcia

Pojem ortogonalizácie je dobre známy a často sa používa v booleovskej algebre pre vektory premenných (Schneeweiss 2009, Hudson 1983). Podľa (Hudson 1983) sú dva konjuktívne členy booleovskej funkcie ortogonálne, ak je ich súčin nula alebo ak sú navzájom disjunktné. Pojem ortogonálny konjuktívny člen môže byť zovšeobecnený pre vektory premenných: dva vektory premenných sú ortogonálne, ak je ich súčin nula. Matematický opis booleovskej funkcie je ortogonálny, ak sú všetky konjuktívne členy ortogonálne. Podľa (Barlow 1978, Barlow 1975) sa ortogonálna forma štruktúrnej funkcie (1) transformuje na pravdepodobnostnú formu substitúciou premenných štruktúrnych funkcií pravdepodobnosťou stavov príslušných komponentov.

3.3.2 MVL funkcia

Ortogonalizácia DNF v tejto práci je založená na disjunktívnom rozširovaní elementárnych konjunkcií do ďalších konjunkcií, ktoré sa stávajú ortogonálnymi alebo budú absorbované inými. Na zníženie ďalších výpočtov sa absorbovaná konjunkcia z výsledku odstráni a zostávajúce konjunkcie sú minimalizované. Ortogonalizačný algoritmus opísaný v Zakrevskij a Pottosin (Zakrevskij, 2005) je v tejto práci adaptovaný na proces ortogonalizácie.

Ortogonálne DNF - je také DNF, ktoré obsahuje ortogonálne elementárne konjunkcie a to znamená násobenie týchto konjunkcií, dáva 0. Algoritmus pracuje na princípe operácie rozširujúcej k_i nad k_j, kde k_i a k_j sú neortogonálne elementárne konjunkcie.

3.4 Minimalizácia

Proces minimalizácie sa používa na zjednodušenie štruktúrnej funkcie, ktorá môže byť v reálnych systémoch veľmi zložitá. Vďaka procesu minimalizácie môžeme výrazne znížiť štruktúrnu funkciu, čo vedie k jednoduchšej výpočtovej zložitosti.

3.4.1 Booleovská funkcia

Implikant úplnej funkcie je konjuktívny člen, ktorý implikuje funkciu. Preto každý z konjuktívnych členov opisujúcich úplnú booleovskú funkciu je implikantom pre túto funkciu. Inými slovami, môžeme povedať, že elementárne konjuktívne členy funkcií sú ich implikantmi.

Implikant booleovskej funkcie sa nazýva prvoimplikantom, ak tento implikant nezahrňuje iný implikant s menším počtom literálov tej istej funkcie. Napríklad, majme booleovskú funkciu:

$$f(A,B,C) = A\bar{B}C+\bar{B}C. \tag{6}$$

V tejto funkcii je $A\bar{B}C$ implikantom funkcie. Na druhej strane implikant $\bar{B}C$ vo funkcii nezahrňuje iný implikant a preto je prvoimplikantom. Je dôležité si uvedomiť, že ak je booleovský výraz vyjadrený ako súčet prvoimplikantov, potom zodpovedá minimálnej disjunktívnej normálnej forme.

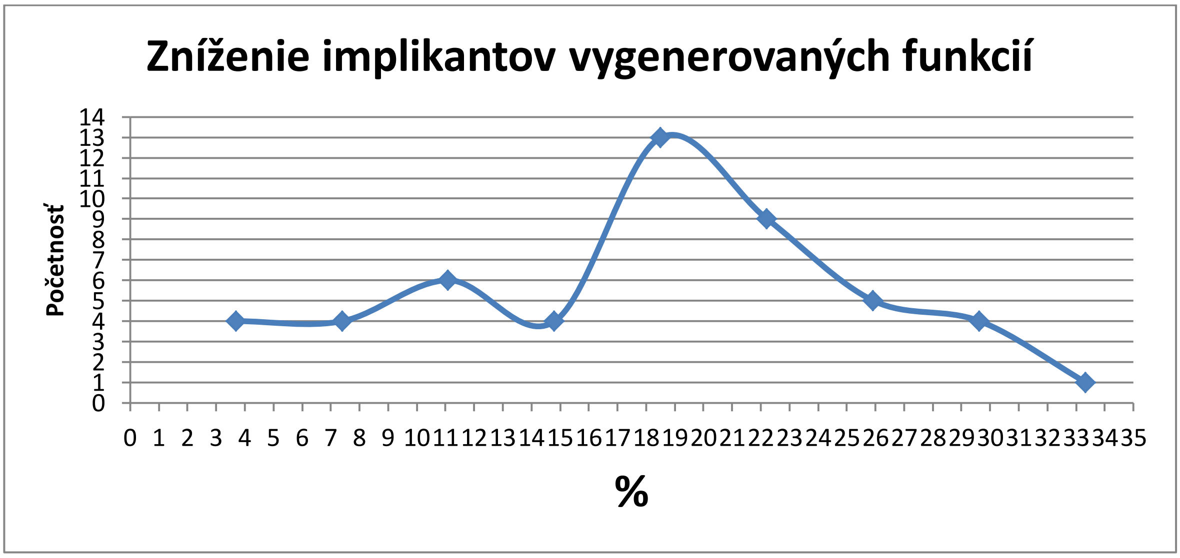
3.4.2 MVL funkcia

Pravdivostná tabuľka štruktúrnej funkcie MSS je ortogonálna forma znázornenia funkcie. To znamená, že všetky vektory premenných v tejto tabuľke sú ortogonálne. Pravdivostná tabuľka má však dimenziu $m_1 \times m_2 \times \ldots \times m_n$, čo komplikuje túto tabuľkovú analýzu a hodnotenie. Minimalizácia pravdivostnej tabuľky je zostrojenie pravdivostnej tabuľky s menšou dimenziou a bez straty informácií o správaní systému. Jedným zo spôsobov minimalizovania pravdivostnej tabuľky je odstránenie vektorov premenných, ktoré nemajú vplyv na hodnotu funkcie. Spravidla je to ortogonálny vektor premenných vzhľadom na jednu premennú pre rovnakú hodnotu funkcie. Vytvorený vektor premenných má menší počet premenných ako počiatočné vektory premenných. Preto vytvorená pravdivostná tabuľka obsahuje menší počet vektorov premenných a tieto vektory obsahujú menší počet premenných. Do úvahy sa môže vziať úplna a čiastočná ortogonalizácia premenných. Podobný princíp sa používa v algoritme Quine – McCluskey na minimalizáciu booleovských funkcií (McCluskey, 1956).

4 Experimenty

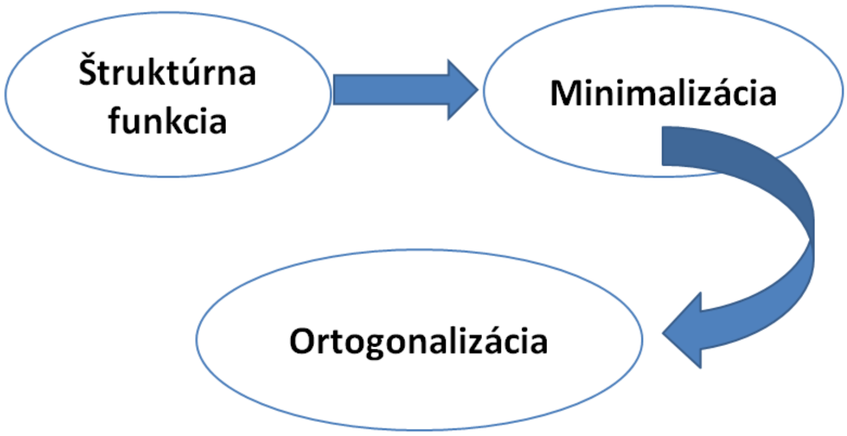
Vyhodnotenie efektívnosti minimalizácie logických funkcií bolo implementované na základe súboru generovaných monotónnych funkcií. Monotónne logické funkcie sa zhodujú s definíciou koherentných štruktúrnych funkcií, ktoré umožňujú reprezentáciu väčšiny skutočných systémov. Generovaná množina obsahuje štrukturálnu funkciu MSS s 3 výkonnostnými úrovňami systému a 3 stavmi všetkých systémových komponentov. Počet funkcií je 50. Tieto funkcie boli minimalizované vyvinutým algoritmom na minimalizáciu štruktúrnych funkcií MSS.

Získali sme výsledky, ktoré sú znázornené na Obrázku 3. Z grafu vidíme, že maximum poklesu implikantov pre vygenerované funkcie bolo okolo 33% a minimum okolo 3%. Najbežnejšia hodnota poklesu bola asi 18% a táto hodnota bola meraná pre 13 funkcií.



Obrázok 3 Zníženie implikantov vygenerovaných funkcií

Postup spracovania je znázornený na Obrázku 4. Definovali sme systém opísaný štruktúrnou funkciou a najskôr využívame algoritmy na minimalizáciu na zjednodušenie tejto štruktúrnej funkcie, ktorá môže byť v reálnych systémoch veľmi zložitá. Vďaka procesu minimalizácie môžeme výrazne znížiť túto funkciu, čo vedie k jednoduchšej výpočtovej zložitosti. Ak existuje napríklad 5 komponentov systému ktoré môžu byť v 3 stavoch, potom existuje 243 možných definovaných implikantov pre takúto štruktúrnu funkciu. Ak sa táto funkcia dá zjednodušiť minimalizáciou napríklad na 150 implikantov, táto minimálna forma môže byť už ortogonálna, ale nie je to zaručené a preto sa použije ďalší proces ortogonalizácie. Na druhej strane po orthogonalizácii sa môže zvýšiť počet implikantov, a preto je pre nás dôležitejšie, ako dlho trvá proces na ortogonálnu formu.



Obrázok 4 Spracovanie systému definovaného štruktúrnou funkciou

Záver

Analýza spoľahlivosti je vhodným nástrojom pre rôzne systémy. Analýza ľubovoľného systému začína definovaním počtu stavov a potom pokračuje vývojom matematického opisu systému. Preto sú tieto dva kroky pre nás najdôležitejšie a až po ich spracovaní môžeme vykonať ďalšiu analýzu zložitých systémov. Existujú dva prístupy k reprezentácii systému, ktorých popis je založený na BSS a MSS. BSS umožňuje reprezentovať počiatočný systém ako matematický model s dvoma možnými stavmi, ktoré sú úplné zlyhanie a perfektné fungovanie. MSS umožňuje brať do úvahy viac ako iba dva stavy v správaní sa práceschopnosti alebo spoľahlivosti systému.

Keď sme ako matematickú reprezentáciu systému vybrali štruktúrnu funkciu, táto funkcia nemá vždy formu akú potrebujeme, a preto sú potrebné určité zapracovania a zmeny v tejto funkcii. To nás vedie k vývoju algoritmov a metód na konštrukciu ortogonálnej a minimálnej reprezentácie štruktúrnej funkcie MSS. Takáto forma reprezentácie umožňuje prechod od logického k pravdepodobnostnému opisu, ktorý je možné využiť vo výpočte indexu spoľahlivosti systému.

Predstavili sme model spracovania skutočného systému, ktorým bola dronová letka. Tento systém sme definovali štruktúrnou funkciou a potom sme ukázali, že vďaka minimalizácii môžeme túto funkciu výrazne zjednodušiť, čo vedie k jednoduchšej výpočtovej zložitosti. Štruktúrna funkcia po minimalizácii môže byť už v ortogonálnej forme, ale to nie je zaručené, preto ďalším procesom bolo použitie procesu ortogonalizácie. Na druhej strane po ortogonalizácii sa môže zvýšiť počet implikantov, ktoré boli znížené po procese minmalizácie, a preto je pre nás dôležitejšie, ako dlho trvá proces premeny na ortogonálnu formu, ktorá sa môže alebo nemusí zjednodušiť štruktúrnu funkciu.

Podľa hlavného cieľa boli spracované ďalšie úlohy:

- metóda navrhnutá v (Zakrevskij & Pottosin 2005) bola upravená na aplikáciu na ortogonalizáciu štruktúrnej funkcie BSS;
- zvážila sa koncepcia ortogonálnej formy vo viachodnotovej logike a navrhla sa koncepcia ortogonálnej štruktúrnej funkcie MSS;
- navrhovaná koncepcia ortogonálnej štruktúrnej funkcie MSS sa použila na vývoj algoritmov minimalizácie a ortogonalizácie štruktúrnej funkcie MSS;
- vytvorené algoritmy boli overené a vyhodnotené na vybraných systémoch (štruktúrne funkcie BSS a MSS).

Summary

In this work the development of mathematical methods for manipulation of structure function is proposed. The analysis of any system starts by defining the number of states and then proceeding to the development of a mathematical description of the system. Therefore these 2 steps are the most important and only after their processing we can do further analysis of complex systems.

The principal goal of this work is the development and improvement of mathematical approach of multi state system reliability analysis in step of construction of mathematical representation of investigated system in form of the structure function with the application of the mathematical approach of Multiple-Valued Logic. This goal causes the investigation for the development of methods to construct the minimal and orthogonal form of the structure function of binary and multi state system. Such a form of representation allows moving from a logical to a probabilistic description and then gets to the reliability of the system.

Použité zdroje

1. Aven, T., Zio, E., Baraldi, P., Flage, R., Uncertainty in Risk Assessment: The Representation and Treatment of Uncertainties by Probabilistic and Non-Probabilistic Methods, Wiley, 2014
2. Aven, T. (2017). Improving the foundation and practice of reliability engineering. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, 231*(3), 295–305.
3. Barlow R.E., Wu A.S. (1978) Coherent System with Multi-State component, *Math. Operations Research*, 3(11), pp.275-281.
4. Barlow, R. & Proschan, F. (1975). Statistical Theory of Reliability and Life Testing: Probability Models. New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc.
5. Birolini, A. (2014) Reliability engineering: Theory and practice. Seventh edition. Springer, 626 p.
6. Bris, R., Domesova S. (2014). New Computing Technology in Reliability Engineering, Mathmatical Problem in Engineering, Article ID 187362, 2014.
7. Caldarola, "Coherent System with Multi-State Components," *Nucl. Eng. Des.*, vol. 58, pp. 127–139, 1980.
8. Griffith W.S. (1980). Multistate reliability models, *J Appl Probab*, 17, pp. 735-744
9. Hudson, J.C., Kapur, K.C.: Modules in Coherent Multistate Systems. IEEE Transactions on Reliability. 32, 183–185 (1983)
10. Kolowrocki K. (2014) *Reliability of Large and Complex Systems, 2nd Edition*, Elsevier, 460 p.
11. Kvassay, M. Zaitseva, E. and Levashenko, V. "Importance analysis of multi-state systems based on tools of logical differential calculus," Reliab. Eng. Syst. Saf., vol. 165, pp. 302–316, Sep. 2017.
12. Kvassay, M. Zaitseva, E. and Levashenko, V. , "Minimal cut sets and direct partial logic derivatives in reliability analysis," in Safety and Reliability: Methodology and Applications - Proceedings of the European Safety and Reliability Conference, ESREL 2014, 2015, pp. 241–248.

13. Levitin G. (2009) Optimizing defense strategies for complex multi-state systems. In: Bier VM, Azaiez MN, editors. *Game theoretic risk analysis of security threats,* Springer, pp. 33–64.
14. Lisnianski A., Levitin G. (2003), *Multi-state System Reliability. Assessment, Optimization and Applications*. Singapore, SG: World Scientific.
15. Lisnianski, A., Frenkel, I., Karagrigoriou, A., Recent Advances in Multi-state Systems Reliability, Springer, 2018
16. Lisnianski, A., Frenkel, I. and Ding, Y. "Multi-state system reliability analysis and optimization for engineers and industrial managers," *Multi-State Syst. Reliab. Anal. Optim. Eng. Ind. Manag.*, pp. 1–393, 2010.
17. McCluskey E. J. (1956), "Minimization of Boolean functions," in *The Bell System Technical Journal,* vol. 35, no. 6, pp. 1417-1444.
18. Miller D.M., Aaron M. (2008). Multiple Valued Logic: Concepts and Representations, Morgan&Claypool
19. Murchland J.D. (1975) Fundamental Concepts and relations for Reliability Analysis of Multistate System, *Reliability and Fault Tree Analysis, Theoretical and Applied Aspects of System Reliability*. SIAM, pp.581-618.
20. Natvig, B., "Multistate systems reliability theory with applications," *Multistate Syst. Reliab. Theory with Appl.*, pp. 1–232, 2010.
21. Perkowski, M.: „The generalized orthonormal expansion of functions with multiple-valued inputs and some of its applications." pp. 442 - 450. (1992).
22. Perkowski, M., Johnson, P. D.: "Canonical Multi-Valued Input Reed-Muller Trees and Forms." 3rd NASA Symposium on VLSI Design, 11.3.1- 11.3.13 (1991).
23. Petrik M. (2008). Quine–McCluskey method for many-valued logical functions, Soft Computing 12(4), pp. 393-402
24. Reinske, K., Ushakov, I. (1988). Application of Graph Theory for Reliability Analysis. Radio i Sviaz, Moscow, USSR (in Russian)
25. Rausand M. and Hoyland A. "System Reliability Theory," 2nd ed. Wiley, Hobboken, 2004.
26. Rauzy, A. (2001), "Mathematical foundations of minimal cutsets", IEEE Transaction on Reliability, Vol.50 No. 4, pp. 389-396.
27. Ryabinin I. A., C. G. (1981). *LOGIC-ESSENTIAL METHODS RESEARCHES RELIABILITY STRUCTURAL SYSTEMS.*

28. Schneeweiss W.G. A short Boolean derivation of mean failure frequency for any (also non-coherent) system, Reliability Engineering & System Safety, Vol.94, N 8, 2009, pp 1363-1367
29. Sellers K.F., Singpurwalla N.D. (2008), Many-valued Logic in Multistate and Vague Stochastic Systems, International Statistical Review vol.76, N. 2, pp.247–267
30. Solojentsev E. (2009) *Scenario Logic and Probabilistic Management of Risk in Business and Engineering*, Springer.
31. Smirnov, A.S., Gajdamovich, D.O. (2001). An analysis of reliability of structural complicated electric circuits taking into account two types of faults, *Elektrichestvo*, vol.2, pp. 50-56
32. Stankovic R. S., J. T. Astola, C. Moraga (2012). Representations of Multiple-Valued Logic Functions, Morgan &Claypool Publishers
33. Ushakov, I. (2006) Is the Reliability Theory Still Alive, *Proc. of the 6th Int. Conf. on Reliability and Statistics in Transportation and Communication (RelStat 2006)*, Riga, Latvia, pp.188-199.
34. Wood A.P., (1985), Multistate Block Diagrams and Fault Trees, IEEE Trans on Reliability, VOL. R-34, NO. 3, pp.236-240
35. Yanushkevich, S., Miller, D., Shmerko, V. and Stanković, R. (2006). *Decision diagram techniques for micro- and nanoelectronic design handbook*. 6000 Broken Sound Parkway NW, Suite 300: CRC Press Taylor & Francis Group, pp.581-601.
36. Zaitseva, E., Levashenko, V., (2017). Reliability analysis of Multi-State System with application of Multiple-Valued Logic. International Journal of Quality & Reliability Management, Vol. 34 Issue:6, pp.862-878.
37. Zaitseva, E. (2003). Logic Algebra in reliability analysis of Multi-State System. Dynamical Systems and Geometric Theories.
38. Zaitseva E., Levashenko (2016), Construction of a Reliability Structure Function Based on Uncertain Data, *IEEE Trans on Reliability*, vol.65(4), pp.1710-1723
39. Zaitseva, E., Levashenko, V., Kostolny, J.: Multi-state system importance analysis based on direct partial logic derivative. In: Proc. of 2012 Int. Conf. on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering, ICQR2MSE 2012. pp. 1514–1519 (2012).

40. Zaitseva, E., Kvassay, M., Levashenko, V., Deserno, T. M., Voski, V., Herrler, A.: "Qualitative evaluation of faults (mathematical incorrectness) in anatomical model for Regional Anaesthesia Simulator," *2016 International Conference on Information and Digital Technologies (IDT)*, Rzeszow, 2016, pp. 311-318.
41. Zakrevskij, A. D., Pottosin, Yu. V. 2005. International Scientific Conference: "Probability Theory, Random Processes, Mathematical Statistics and Applications": Calculating the probability of a complex event presented by a given set of critical sets. pp. 350-357.
42. Zakrevskij, A., Pottosin, Y., Cheremisinova, L.: Combinatorial algorithms of discrete mathematics ; Tallinn : Tallinn University Press, 2008.
43. Zio E. (2009) Reliability engineering: Old problems and new challenges. *Reliability Engineering and System Safety*. 94(2), pp.125-141.

Zoznam publikovaných prác:

1. Rusnak, P., Kvassay, M., Forgac, A., Zaitseva, E.: "*Logic differential calculus in time-dependent analysis of a pair of system components.*" Proceedings of 2018 IEEE 9th International Conference on Dependable Systems, Services and Technologies, DESSERT 2018. - pp. 467-472.
2. Rusnak, P., Sedlacek, P., Forgac, A., Illiashenko O., Kharchenko V.: "*Structure function based methods in evaluation of availability of healthcare system.*" In: DESSERT´2019 = Dependable systems, services & technologies. - Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2019. - pp. 13-18.
3. Forgac, A., Rabcan J., Zaitseva E., Lukyanchuk, I.: "*Construction of the structure function of multi-state system based on incompletely specified data*," In: Contemporary complex systems and their dependability: proceedings of the thirteenth international conference on dependability and complex systems DepCoS-RELCOMEX. - Cham: Springer International Publishing AG, 2019. - pp. 184-194.
4. Forgac, A., Rusnak P.: "*Teaching module of mathematical methods in Reliability Engineering*." In: ICETA 2018: 16th IEEE International Conference on Emerging eLearning Technologies and Applications : proceedings. - New Jersey: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2018. - pp. 163-171.

5. Stankevich, S. A., Lubskyi, M.S., Forgac A.: “*Thermal infrared satellite imagery resolution enhancement with fuzzy logic bandpass filtering*.” In: Information and digital technologies 2019: proceedings of the international conference. - Danvers: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2019. - pp. 428-432.
6. Forgac, A., Lukyanchuk I.: “*New algorithm for multi-valued decision diagram construction*.” In: Information and digital technologies 2019 : proceedings of the international conference. - Danvers: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2019. - pp. 142-148.
7. Forgac, A.: “*Methods of Human Reliability Analysis*.” In: Central European Researchers Journal. - (2018), pp. 17-21.
8. Kvassay, M., Rusnak, P., Stankovic, R.S., Forgac, A. : “Use of Binary Decision Diagrams in Importance Analysis Based on Minimal Cut Vectors. “ In: 14th International Conference on Advanced Technologies, Systems and Services in Telecommunications, TELSIKS 2019 - Proceedings