

ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE

**AUTOREFERÁT
DIZERTAČNEJ PRÁCE**

Žilina, apríl, 2021

Ing. Dobroslav Grygar

Žilinská univerzita v Žiline
Fakulta riadenia a informatiky

Ing. Dobroslav Grygar

Autoreferát dizertačnej práce

Efektívne algoritmy na riešenie úlohy rozmiestnenia
nabíjacích úsekov v dopravnej sieti

na získanie akademického titulu **philosophiae doctor** (v skratke **PhD.**)
v študijnom programe doktorandského štúdia

inteligentné informačné systémy

v študijnom odbore
informatika

Žilina, apríl, 2021

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia na Katedre matematických metód a operačnej analýzy, Fakulte riadenia a informatiky Žilinskej univerzity v Žiline

| | |
|---------------------|--|
| Predkladateľ | Ing. Dobroslav Grygar Katedra matematických metód a operačnej analýzy Fakulta riadenia a informatiky Žilinská univerzita v Žiline |
| Školiteľ | doc. Ing. Michal Koháni, PhD. Katedra matematických metód a operačnej analýzy Fakulta riadenia a informatiky Žilinská univerzita v Žiline |
| Oponent | doc. Ing. Michal Dorda, Ph.D. Inštitút dopravy Fakulta strojní, VŠB Technická univerzita Ostrava |
| Oponent | prof. Mgr. Juraj Pekár, PhD. Katedra operačného výskumu a ekonometrie Fakulta hospodárskej informatiky Ekonomická univerzita v Bratislave |

Autoreferát bol rozoslaný dňa:

Obhajoba dizertačnej práce sa koná dňa **19.08.2021** o **10:30** hod pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce schválenu pracovnou skupinou odborovej komisie v študijnom odbore **informatika**, v študijnom programe **inteligentné informačné systémy**, vymenovanou dekanom Fakulty riadenia a informatiky Žilinskej univerzity v Žiline dňa

prof. Ing. Karol Matiaško, PhD.
predseda pracovnej skupiny odborovej komisie
v študijnom odbore **informatika**
v študijnom programe **inteligentné informačné systémy**

Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Univerzitná 8215/1
010 26 Žilina

Obsah

| | |
|---|-----------|
| 1 Úvod | 5 |
| 1.1 Popis riešenej úlohy | 6 |
| 1.2 Ciele práce | 6 |
| 2 Súčasný stav riešenej problematiky | 7 |
| 2.1 Parciálny trolejbus | 7 |
| 2.2 Umiestňovanie indukčných vedení | 8 |
| 2.3 Exaktné metódy | 9 |
| 2.4 Heuristické metódy | 9 |
| 3 Výsledky a ich zhodnotenie | 11 |
| 3.1 Prechodový model | 12 |
| 3.2 Lokačný model | 12 |
| 3.3 Substituovaný lokačný model | 14 |
| 3.4 Porovnanie prechodového a lokačných modelov | 15 |
| 3.5 Porovnanie lokačných modelov | 15 |
| 3.6 Heuristické prístupy | 18 |
| 3.7 Robustnosť riešení | 20 |
| 4 Záver | 23 |
| Publikácie | 24 |
| Zoznam použitej literatúry | 26 |

1 Úvod

Častou informatickej vedy je aj výskum a vývoj v oblasti systémov na podporu rozhodovania. Tu môžeme zaradiť systémy, ktoré pomáhajú riešiť napríklad rôzne optimalizačné úlohy. Ich výstupom býva obvykle odporúčanie pre rôzne strategické, taktické prípadne operatívne rozhodnutia. Úlohy v rámci návrhu dopravnej infraštruktúry radíme medzi strategické rozhodnutia vzhľadom na to, že ovplyvňujú funkciu a ekonomiku distribučného systému na niekoľko rokov [22].

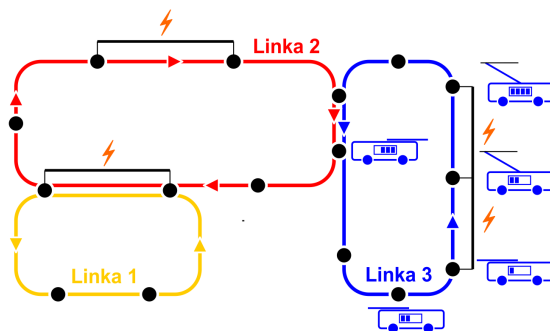
Hromadná doprava má tiež svoj vplyv na prebiehajúce klimatické zmeny. Téma znečistenia ovzdušia sa na celom svete stáva čoraz významnejšou. Počas parížskej konferencie, ktorá sa konala v decembri 2015, bola prijatá historická dohoda až 195 krajín na vytvorení akčného plánu, ktorého cieľom je obmedziť nárast globálneho otepľovania hlboko pod 2 stupne Celzia. Aby to bolo možné dosiahnuť, je nutné zníženie emisií oxidu uhličitého naprieč všetkými odvetviami ekonomiky [7], [33].

Dobrou správou je, že sa ľudia snažia postupne prechádzať na využívanie menej znečisťujúcich zdrojov energií. Pokiaľ sa jedná o hromadnú dopravu, sme zvyknutí na to, že boli elektrifikované mnohé dôležité železničné trasy. Vo väčších mestách sa používajú trolejbusy, či električky. Nastáva ale otázka, ako vyriešiť menej vyťažené trasy, kde nie je rentabilné vybudovať kompletnú trolejovú sieť [7].

Zaujímavú alternatívu predstavujú parciálne trolejbusy. Jedná sa o trolejbus, ktorý je vybavený doplnkovým zdrojom energie. Ním sú v našom prípade batérie, ktoré umožňujú vozidlu prekonať aj neelektrifikované úseky. Technológia parciálnych trolejbusov prepája výhody klasických trolejbusov so slobodou pohybu autobusov. Môžeme predpokladať, že záujem o nasadzovanie tejto technológie bude mať stúpajúci trend. Ak chceme využívať parciálne trolejbusy, musíme vyriešiť niekoľko zaujímavých optimalizačných problémov. V našom výskume sa budeme venovať úlohe návrhu infraštruktúry, respektíve trolejových úsekov na infraštruktúre, ktoré budú dostatočné pre nabíjanie a prevádzku parciálnych trolejbusov. Úlohu návrhu takejto infraštruktúry môžeme po istej úprave prirovnať ku lokačnej úlohe. Jedná sa o špecifický typ lokačnej úlohy, kde nebudeme umiestňovať obslužné strediská v uzloch, ale na hranách dopravnej siete.

1.1 Popis riešenej úlohy

Hromadná doprava je v mestách obsluhovaná pomocou vozidiel. Tieto vozidlá jazdia podľa turnusov, pričom pod pojmom turnus môžeme rozumieť postupnosť liniek. Zastávky, križovatky a depá, ktoré sú vozidlami hromadnej dopravy využívané, sú prepojené úsekmi ciest. Toto všetko spolu tvorí digraf cestnej siete. Na obrázku môžeme vidieť príklad takéhoto digrafu, ktorý je tvorený tromi turnusmi vozidiel. Turnusy môžu mať isté úseky cesty zdieľané a iné úseky, ktoré sú využívané iba jedným turnusom alebo časťou z nich. Nastáva otázka, ako pokryť takúto sieť trolejovým vedením tak, aby bolo možné na danom digrafe nasadiť parciálne trolejbusy. Ilustrácia jednoduchšej úlohy s tromi turnusmi na nachádza na obrázku 1.



Obrázok 1: Zjednodušený náčrt riešeného problému.

Úlohu návrhu infraštruktúry pre prevádzku a nabíjanie parciálnych trolejbusov môžeme po istej úprave prirovnať ku lokačnej úlohe. Jedná sa o lokačnú úlohu na hranách. Hrany v sieti vyberáme tak, aby sme čo najviac minimalizovali celkové náklady na vybudovanie siete. Táto práca sa bude venovať niekoľkým prístupom, či už exaktným alebo približným, ako danú úlohu riešiť.

1.2 Ciele práce

Cieľom práce bude, na základe vybranej technológie, navrhnúť matematický model návrhu infraštruktúry pre elektrické vozidlá vo verejnej doprave, ktorý zohľadňuje rôzne špecifické podmienky súvisiace s verejnou dopravou. Vybranou technológiou hromadnej dopravy sú parciálne trolejbusy. Pre vytvorený model je potrebné nájsť vhodné riešacie algoritmy, ktoré budú založené na metódach riešiacich úlohu celočíselného programovania.

Túto úlohu môžeme rozdeliť na niekoľko hlavných častí:

- Návrh vhodných matematických modelov na popis úlohy.
- Overenie rozsahu riešiteľnosti modelu exaktnými metódami a ich porovnanie.
- Preskúmanie vhodných heuristických spôsobov riešenia danej úlohy.
- Zhodnotenie a porovnanie exaktných a heuristických prístupov vzhľadom na riešenie úlohu.
- Overenie robustnosti riešení (napr. pomocou simulačného modelu).

Výstupom by malo byť riešenie navrhnuté optimalizačnými metódami. Na toto môžu byť využité rôzne exaktné, prípadne heuristické metódy, ktoré ponúka informatická veda. Riešenie by malo navrhnúť optimálny spôsob, ako rozmiestniť napájacie vedenia pre parciálne trolejbusy pre zadaný digraf cestnej siete a zoznam liniek, prípadne turnusov. V ideálnom prípade by malo riešenie pokrývať všetky linky alebo turnusy v danej oblasti.

2 Súčasný stav riešenej problematiky

Pri analýze súčasného stavu problematiky sme zistili dostatok informácií o vozidlách samotných. Je k dispozícii podobný popis technológie a faktorov, ktoré ovplyvňujú jej nasadenie do reálnej prevádzky.

Na druhej strane sme nenašli dostatok publikácií, ktoré by sa venovali nasadeniu takýchto vozidiel plošne, na celú sieť turnusov, vo vybranom meste. Niekoľko autorov sa venovalo nasadzovaniu indukčných vedení pre potreby hromadnej, či osobnej prepravy. Aj keď sa jedná o podobný problém, tak ich prínos pre potreby tohoto výskumu považujeme len za čiastkový.

V tejto časti sa budeme venovať aj analýze metód a nástrojov, ktoré môžu byť použité pri riešení našej úlohy.

2.1 Parciálny trolejbus

Parciálny trolejbus je vozidlo, ktoré na elektrifikovaných častiach trasy pracuje ako štandardný trolejbus. Vozidlo poháňa elektrický motor a energia je získavaná primárne z trolejového vedenia. Jeho výhodou je, že dokáže prekonať aj neelektrifikované úseky, pretože má k dispozícii prídavný zdroj

energie, teda batériu. Dobíjanie batérie prebieha na elektrifikovaných úsekoch trasy za pohybu vozidla [3] a [21].

Použité batérie v parciálnom trolejbuse sú podstatne menšie ako v štandardnom elektrobuse. Táto vlastnosť zaručuje, že prípadná výmena batérie po skončení jej životnosti vyprodukuje menej nebezpečného odpadu [1], [2], [4], [27]. Autori štúdie [4] tvrdia, že v porovnaní ekonomickej náročnosti výroby a prevádzky dopadli parciálne trolejbusy lepšie ako ostatné druhy elektrických autobusov. Autori ďalej predpokladajú, že do budúcnosti bude rozdiel v prospech tohoto druhu vozidiel ešte väčší ako v súčasnosti [4]. Toto tvrdenie potvrdzuje aj predpoklad publikovaný v prípadovej štúdii rozšírenia liniek do Lakevågu [27].

Životnosť batérií je citlivá na výber správnej nabíjacej stratégie. Autori štúdie realizovateľnosti [29] tvrdia, že pre zachovanie čo najlepšej životnosti batérie je vhodné držať SOC batérie v rozsahu 20% až 90%. Rýchlosť nabíjania batérie nie je lineárna. Napriek tomu, zmienenu funkciu, je možné aproximovať lineárnou funkciou. Táto aproximácia má minimálnu chybu, ak je SOC batérie pod 80% [25].

Základná informácia o spotrebe elektrovozidla na hromadnú dopravu sa meria na trase bez výškových rozdielov pri 18 stupňoch Celzia [13] a [32]. Za normálnych okolností sa spotreba energie pohybuje od 1 kWh/km do 2 kWh/km. Spotreba sa zvyšuje v podmienkach extrémneho tepla, alebo chladu [13]. [23]. Podľa viacerých autorov má rekuperácia značný vplyv na úsporu energie. Rekuperácia znamená spätné získavanie elektrickej energie brzdením pomocou elektromotoru. Potenciál úspory energie sa pohybuje od 0.3 do 0.6 kWh/km [28], [1] a [13]. Parciálny trolejbus má batériu dostatočne veľkú nato, aby dokázal energiu uchovávať [28]. Na základe výpočtov a simulácií od viacerých autorov [18] a [34] vieme, že hlavne jazda hore kopcom má výrazný efekt na spotrebu energie. Na 5% stúpaní môžeme očakávať až 3-násobné zvýšenie spotreby elektrickej energie.

2.2 Umiestňovanie indukčných vedení

Autori článku [31] sa venovali už spomínanému druhu úlohy optimalizácie indukčných vedení. Osobné autá na elektrický pohon, ktoré by boli schopné využívať technológiu IMC, majú potenciál do budúcnosti a je to cesta, ako prekonať súčasný problém elektromobilov, ktorým je malý dojazd. Zvolili si úlohu optimálneho rozmiestňovania indukčných nabíjacích vedení na vybraných úsekoch s obmedzeným rozpočtom. Ich snahou bolo maximalizovať počet možností, akými sa dá sieť úspešne prejsť. Ak nie je možné dokončiť trasu, snažili sa aspoň maximalizovať dojazd. Vytvorili

matematický model úlohy lineárneho programovania a predstavili spôsob, ako transformovať vstupné dáta úlohy [31]. Táto formulácia úlohy má silné limitácie pri riešení exaktným spôsobom. Už relatívne malé datasety nie sú riešiteľné. Preto autori úlohu riešili aj heuristicky a to s využitím BWC a EVC heuristiky [31]. Tieto heuristiky sú použiteľné pri riešení grafových úloh [15].

Autori článku [14] sa rovnako venovali optimálnemu rozmiestňovaniu indukčných vedení pre osobnú dopravu. Ako prvý definovali model, ktorý pomáhal odhadovať tok dopravy, na základe čoho bolo možné vybrať úseky, ktoré by bolo vhodné pokryť indukčným vedením. Zostavili aj optimalizačný model. Oba modely boli riešené na testovacích dátach a potvrdené numerickými experimentami [14]. Pri optimalizácii umiestnenia nabíjajúcich úsekov úspešne využili algoritmus pracujúci s aktívnymi množinami. Tento algoritmus sa ukázal ako efektívny na daný typ úlohy [14].

2.3 Exaktné metódy

Pri riešení neceločíselných lineárnych optimalizačných úloh je simplexová metóda základným algoritmom a je vôbec jedným z najpoužívanejších. Jedná sa o iteračnú metódu, teda metódu, ktorá pracuje v určitých krokoch. Tieto kroky postupujú od východzieho riešenia optimalizačnej úlohy k ďalšiemu riešeniu s lepšou hodnotou účelovej funkcie. Vyšetrujú sa vlastne vrcholy množiny prípustných riešení a to tak, že s vykonaním každej iterácie sa algoritmus približuje optimálnemu riešeniu [30].

Metóda vetiev a hraníc slúži na riešenie úloh celočíselného lineárneho programovania. Algoritmus postupne prehľadáva strom riešení podľa špecifického postupu [19]. Poznáme dva prístupy prehľadávania stromu riešení a to úplné a obmedzené. Na vylúčenie nejakej vetvy stromu riešení potrebujeme poznať dve hodnoty. Prvou je horný odhad hodnoty účelovej funkcie, teda hodnotu účelovej funkcie akéhokoľvek prípustného riešenia. Druhou je dolný odhad hodnôt účelovej funkcie riešení z danej vetvy. Vetva stromu riešení, ktorá má koreň v následníkovi, je vylúčená z ďalšieho prehľadávania, ak dolný odhad väčší alebo rovný ako horný odhad [19].

2.4 Heuristické metódy

Pri úlohách diskkrétnej optimalizácie sa približné metódy využívajú v prípade, že problém daného rozsahu nie je možné riešiť exaktne v konečnom čase. Heuristické metódy slúžia na nájdenie dobrého prípustného riešenia úlohy.

Heuristiky rozdeľujeme do dvoch kategórií, podľa spôsobu, akým pracujú. Poznáme primárne a duálne heuristiky [17]. Primárna heuristika vychádza z určitého prípustného riešenia a dbá na to, aby pri prechode k inému riešeniu neporušila prípustnosť riešenia. Duálna heuristika pracuje na odlišnom princípe. V tomto prípade začína z neprípustného východiskového riešenia s lepšou hodnotou účelovej funkcie, ako by mohlo mať optimálne riešenie. Heuristika potom postupnými krokmi upravuje dané riešenie tak, aby sa zmenšila miera neprípustnosti riešenia [17].

Jednoduché heuristiky majú nevýhodu v tom, že môžu sklznúť do lokálneho optima a pri tam neprehľadajú veľkú časť množiny prípustných riešení. Jedná sa napríklad o vkladacie heuristiky ktoré sú založené na vkladaní alebo odstraňovaní objektov z riešenia. Okrem nich poznáme aj výmenné heuristiky. Vo všeobecnosti je výmenná heuristika založená na výmene zaradených prvkov v riešení s tými, ktoré v ňom zaradené nie sú. V prípade niektorých úloh, ktorých riešenie je dané poradím prvkov v riešení, môže výmenná heuristika meniť aj poradie zaradených prvkov v riešení [17].

Heuristika Kernel Search môže byť využitá pre riešenie mnohých úloh lineárneho programovania. Základná myšlienka heuristiky spočíva v identifikovaní podmnožín rozhodovacích premenných a redukcií problému tak, aby obsahoval len jadro (podmnožina pramenných) a korešpondujúcich podmienok. Výsledný redukovaný problém je riešený optimálne vždy, keď je to možné za použitia IP solvera [11], [12] a [20].

Metaheuristika Simulated Annealing patrí do kategórie metaheuristik s prehľadávaním založeným na jednom riešení. Vychádza zo spôsobu spracovania kovov, kde sa kov zahriaty na určitú teplotu postupne ochladzuje, čím nadobúda stabilnú teplotu [24]. Postupne prehľadáva riešenie $O(x)$ a pokiaľ nájde vhodný prechod, tak ho vykoná. Ak prechod nie je vhodný, to znamená $f(x') > f(x)$, prechod nie je zamietnutý, ale je o jeho realizácii rozhodnuté pomocou náhodného experimentu s pravdepodobnosťou $p(x', x, T)$ v prospech prechodu. Pravdepodobnosť je tým menšia, čím je zhoršenie účelovej funkcie väčšie. Metóda eviduje a aktualizuje doposiaľ najlepšie nájdené riešenie [16].

Genetický algoritmus sa stal populárnym pri riešení ťažkých kombinatorických optimalizačných problémov. Pracuje s množinou aktuálnych riešení, ktorá sa nazýva populácia. Algoritmus simuluje proces evolúcie pri prehľadávaní množiny prípustných riešení optimalizačných problémov [26]. Je vhodný na využitie pri úlohách, ktorých prípustné riešenie je možné popísať vektorom y s 0 - 1 zložkami. Vektor y je chromozóm a sú na ňom definované operácie mutácie a kríženia. Mutácia je zmena hodno-

ty niektorej zložky génu s istou pravdepodobnosťou. Križenie je proces tvorby dvoch potomkov z dvoch rodičovských chromozómov [16].

3 Výsledky a ich zhodnotenie

V tejto časti práce sa budeme venovať vlastným výsledkom výskumu. Najprv predstavíme súbory dát, ktoré sme použili na numerické experimenty. Máme dva rôzne súbory dát, prvý pre experimenty, ktoré sa týkajú prechodového modelu úlohy. Následne boli vytvorené väčšie a presnejšie datasety, ktoré využívame pri experimentoch s lokačnými modelmi.

Ako dátové vstupy pre riešenie úloh súvisiacich s použitím parciálnych trolejbusov vo verejnej doprave použijeme dostupné údaje o sieti verejnej dopravy.

Máme k dispozícii turnusy vozidiel mestskej hromadnej dopravy v meste Žilina. V Žiline sa nachádza 8 trolejbusových a 11 autobusových liniek, ktoré sú denne obsluhované 60 vozidlami [5]. Ďalej využijeme aj dostupné geografické dáta zo systému OSM. Testovacie dáta sú získavané s pomocou programu OptSim. Pomocou ďalšieho programu sme získali dátové súbory, z ktorých vytvárame jednotlivé testovacie úlohy rôzneho rozsahu podľa potreby.

Pri riešení úlohy aktuálne používame už existujúce turnusy vozidiel. Pripravili sme 8 testovacích úloh, rôznej veľkosti. V najjednoduchšom prípade išlo o jeden turnus, potom o viaceré turnusy a nakoniec až turnusy všetkých vozidiel v meste Žilina. Počiatočný stav nabitia batérie počítame ako 100% kapacity. Vplyv teploty prostredia na prevádzku elektromobilov je značný [13], [32], preto sme vytvorili tri scenáre (jarný, letný a zimný). Parametre vozidiel uvádzame v tabuľke 1.

| Scenár | Minimálny stav batérie (kWh) | Maximálny stav batérie (kWh) | Nabíjanie (kWh/m) | Spotreba (kWh/m) |
|--------|------------------------------|------------------------------|-------------------|------------------|
| jar | 10 | 40 | 0,0026 | 0,0013 |
| leto | 10 | 40 | 0,0026 | 0,0023 |
| zima | 10 | 30 | 0,0026 | 0,0023 |

Tabuľka 1: *Scenáre a parametre vozidiel.*

Potom postupne predstavíme niekoľko lineárnych modelov, ktoré popisujú danú úlohu. Tieto modely vzájomne porovnáme. Na riešenie úlohy boli využité aj viaceré približné heuristické metódy, ktorým sa rovnako budeme venovať. V závere predstavíme zovšeobecnený model úlohy a spôsob overovania robustnosti získaných riešení.

3.1 Prechodový model

Nech R je zoznam trás, I_r je zoznam prípustných alternatív ako prekonať trasu r a S je množina všetkých použitých segmentov. Potom n je počet segmentov a m počet trás [10]. Rozhodovacie premenné sú nasledujúce. Nech $x_{r,i} \in \{0,1\}$ je výber alternatívy i pre trasu r . Následne $y_s \in \{0,1\}$ rozhoduje, či segment s v digrafe bude alebo nebude pokrytý trolejovým vedením [10]. Ostatné vstupné konštanty, ktoré sú potrebné pre model úlohy, vyzerajú takto. Kombinácie sú reprezentované $w_{r,s,i} \in \{0,1\}$, kde pre trasu r na segmente s pre alternatívu i je potrebné trolejové vedenie. Potom a_r je počet prípustných kombinácií pre trasu r a c_s sú náklady na vybudovanie vedenia na segmente s [10].

$$\min \sum_{s=1}^n c_s \cdot y_s. \quad (1)$$

Za podmienok:

$$\sum_{i=1}^{a(r)} x_{r,i} = 1 \quad \text{for } r = 1..m. \quad (2)$$

$$n \cdot y_s \geq \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^{a(r)} x_{r,i} \cdot w_{r,s,i} \quad \text{for } s = 1..n. \quad (3)$$

$$y_s \in \{0,1\} \quad \text{for } s = 1..n, \quad (4)$$

$$x_{r,i} \in \{0,1\} \quad \text{for } r = 1..m; \quad i = 1..a(r). \quad (5)$$

Účelová funkcia 1 zabezpečuje minimalizáciu celkových nákladov na výstavbu trolejových vedení. Podmienka 2 slúži pre výber jednej kombinácie pre každú z možností pre danú linku. Podmienka 3 zabezpečuje, že trolejové vedenie bude vystavané, ak aspoň jedna z liniek vyžaduje výstavbu na danom úseku. NVýrazy 4 a 5 sú obligatórne podmienky [10].

3.2 Lokačný model

V tejto časti predstavíme základný lokačný model úlohy, ktorý sme navrhli. Jeho výhodou je, že popisuje úlohu iným spôsobom, ako tomu bolo v predošlom modeli. Táto zmena nám dovoľuje riešiť väčšie úlohy, spresniť vstupné dáta a zachováva energiu medzi jednotlivými jazdami v turnuse.

Táto verzia modelu slúžila ako základ na ďalšie pokračovanie výskumu. Model bol následne upravený do ďalších dvoch verzií.

V lokačnom modeli sa nachádzajú nasledujúce premenné a konštanty. Nech y_i je rozhodovacia premenná o vybudovaní alebo nevybudovaní vedenia na úseku i , potom x_{rj+1} je rozhodovacia premenná o stave batérie vozidla r po prejdení úseku j . Ďalej B_{max} označuje maximálny stav batérie v kWh, respektíve B_{min} minimálny stav batérie v kWh. Následne CO je konštanta spotreby energie v kWh/m a CH je konštanta nabíjania z vedenia v kWh/m. Potom m je počet vozidiel (turnusov) a n je počet úsekov cesty, D_i je dĺžka úseku i , $a(r, j)$ je index j -teho úseku na trase vozidla r a $q(r)$ je nakoniec počet úsekov v turnuse vozidla r .

$$\min \sum_{i=1}^n D_i \cdot y_i \quad (6)$$

Za podmienok:

$$x_{r,1} = B_{max} \quad r = 1..m. \quad (7)$$

$$x_{r,j+1} \geq -CO \cdot D(a_{r,j}) \cdot (1 - y(a_{r,j})) - B_{max} \cdot y(a_{r,j}) \quad (8)$$

for $r = 1..m; \quad j = 1..q(r)$.

$$x_{r,j+1} \leq -CO \cdot D(a_{r,j}) \cdot (1 - y(a_{r,j})) + B_{max} \cdot y(a_{r,j}) \quad (9)$$

for $r = 1..m; \quad j = 1..q(r)$.

$$x_{r,j+1} - x_{r,j} \leq CH \cdot D(a_{r,j}) \cdot y(a_{r,j}) \quad \text{for } r = 1..m; \quad j = 1..q(r). \quad (10)$$

$$x_{r,j+1} - x_{r,j} + B_{max} \cdot (1 - y(a_{r,j})) \geq 0 \quad \text{for } r = 1..m; \quad j = 1..q(r). \quad (11)$$

$$x_{r,j+1} \leq B_{max} \quad \text{for } r = 1..m; \quad j = 1..q(r). \quad (12)$$

$$x_{r,j+1} \geq B_{min} \quad \text{for } r = 1..m; \quad j = 1..q(r). \quad (13)$$

$$y_i \in \{0, 1\} \quad \text{for } i = 1..n. \quad (14)$$

$$x_{r,j} \geq 0 \quad \text{for } r = 1..m; \quad j = 1..q(r). \quad (15)$$

Naším cieľom je vybudovať čo najlacnejší systém, preto účelová funkcia 6 pozostáva z minimalizácie nákladov na vybudovanie úsekov vedenia. Následne prvá podmienka 7 udáva počiatkový stav nabitia batérie na začiatku turnusu. Podmienky 8 a 9 zabezpečujú, že v prípade ak úsek nie je pokrytý vedením, bude odpočítaná spotreba po prejení nasledujúceho úseku a zabezpečujú zachovanie energie. Ďalšia podmienka 10 zabezpečuje, že vozidlo bude nabité maximálne toľko, koľko je možné na danom úseku, ak je vybudovaný. Podmienka 11 zabezpečuje, že sa nesmie spotrebovať energia, ak je vybudované vedenie. Podmienky 12 a 13 ohraničujú maximálny a minimálny stav batérie. Obligatórne podmienky majú čísla 14 a 15.

3.3 Substituovaný lokačný model

Ďalším krokom pri návrhu matematického modelu bolo jeho zjednodušenie. Preto sme predstavili jeho substituovanú verziu. Význam modelu je stále rovnaký. Boli odstránené nepotrebné podmienky, zlúčené podmienky pokrytia a ohraničujúce podmienky. Oproti lokačnému modelu sa zmenilo pomenovanie rozhodovacích premenných nasledovne. Premenná y_i rozhoduje o vybudovaní alebo nevybudovaní vedenia na úseku i a $z_{r,j+1}$ je rozhodovacia premenná o stave batérie vozidla r po prejení úseku j . Použité konštanty zostali zachované.

$$\min \sum_{i=1}^n D_i \cdot y_i \quad (16)$$

Za podmienok:

$$z_{r,1} = B_{max} - B_{min} \quad r = 1..m. \quad (17)$$

$$z_{r,j+1} - z_{r,j} \leq -CO \cdot D(a_{r,j}) \cdot (1 - y(a_{r,j})) + CH \cdot D(a_{r,j}) \cdot y(a_{r,j}) \\ \text{for } r = 1..m; \quad j = 1..q(r). \quad (18)$$

$$z_{r,j+1} \leq B_{max} - B_{min} \quad \text{for } r = 1..m; \quad j = 1..q(r). \quad (19)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \text{for } i = 1..n. \quad (20)$$

$$z_{r,j} \geq 0 \quad \text{for } r = 1..m; \quad j = 1..q(r). \quad (21)$$

Účelová funkcia 16 minimalizuje náklady na vybudovanie úsekov vedenia. Podmienka 17 udáva počiatočný stav batérie na začiatku turnusu. Podmienka 18 udáva spotrebu a respektívne nabíjanie pri prejdení daného úseku. Podmienka 19 označuje rozsah, v ktorom sa môže pohybovať stav batérie. Pod číslami 20 a 21 sa nachádzajú obligatórne podmienky.

3.4 Porovnanie prechodového a lokačných modelov

Hlavnou motiváciou na vytvorenie modelov úlohy na lokačnom princípe bola obtiažnosť riešenia úloh popísaných pomocou prechodového modelu. Porovnanie hodnôt účelových funkcií sa nachádza v tabuľke 2 a porovnanie výpočtových časov v sekundách sa nachádza v tabuľke 3. Z porovnaní v tabuľkách je zrejmé, že pri úlohe popísanej lokačnými modelmi sme našli optimálne riešenie úlohy za neporovnateľne kratší čas, než heuristika s využitím prechodového modelu.

| Dataset | Prechodový model | Lokačný model | Substituovaný model |
|--------------------|------------------|---------------|---------------------|
| Turnus 4_4a a 4_1a | 7477 | 7156 | 7156 |
| Turnus 24_5 a 26_3 | 10566 | 9875 | 9875 |

Tabuľka 2: Porovnanie hodnôt účelových funkcií (m) nájdených pomocou prechodového a lokačných modelov

| Dataset | Prechodový model | Lokačný model | Substituovaný model |
|--------------------|------------------|---------------|---------------------|
| Turnus 4_4a a 4_1a | 6134 | 3 | 2 |
| Turnus 24_5 a 26_3 | 1299 | 2 | 2 |

Tabuľka 3: Porovnanie času výpočtu (s) prechodového a lokačných modelov

3.5 Porovnanie lokačných modelov

V tejto časti sa budeme venovať konkrétnym dátam a experimentom, ktoré boli využité na porovnanie lokačného a substituovaného modelu úlohy. Experimenty boli vykonané s využitím rôznych testovacích úloh. Pri prezentácií výsledkov sa zameriame na porovnanie výkonu oboch verzií predstaveného modelu. Oba modely dávajú relatívne dobré riešenia v krátkom čase. Gap je rozdiel medzi dolnou hranicou a najlepším nájdeným riešením. Vzniká vtedy, ak riešenie narazí na časové obmedzenie výpočtu. Výsledky sú rozdelené do tabuliek podľa jednotlivých scenárov. Jarný scenár na

nachádza v tabuľkách 4 a 5 a zimný v tabuľkách 6 a 7.

Tabuľka s porovnaním výsledkov začínajú stĺpcom s názvom datasetu, potom nasledujú nájdené hodnoty účelových funkcií pre oba modely, vyjadrené v metroch a v percente pokrytia. Posledným údajom v tabuľke je gap, čo je rozdiel medzi dolnou hranicou a najlepším nájdeným riešením. Je nenulový v prípade, že nebolo možné nájsť exaktné riešenie v konečnom čase. Tabuľky s časovým porovnaním začínajú rovnako stĺpcom s názvom datasetu a následne pokračujú porovnaním času výpočtu, ktorý bol obmedzený podľa veľkosti úlohy.

| Dataset | Účelová funkcia (m) | | | | gap (%) | |
|------------|---------------------|-------|--------|-------|---------|--------|
| | Lok. | % | Subst. | % | Lok. | subst. |
| Bus 1 | 6859 | 16,81 | 6859 | 16,81 | 0,00 | 0,00 |
| Tbus 1 | 4911 | 28,14 | 4911 | 28,14 | 0,00 | 0,00 |
| Bus 5 | 15110 | 15,10 | 15109 | 15,10 | 0,11 | 0,00 |
| Tbus 5 | 6685 | 17,84 | 6655 | 17,76 | 32,07 | 0,00 |
| Tbus ZA | 9805 | 21,71 | 8895 | 19,69 | 8,64 | 0,00 |
| Bus ZA | 24241 | 11,57 | 23198 | 11,80 | 12,70 | 0,00 |
| ZA | 26943 | 12,67 | 24434 | 11,49 | 18,69 | 0,00 |
| ZA dva dni | 29724 | 13,98 | 26976 | 12,69 | 34,97 | 0,04 |

Tabuľka 4: Výsledky a porovnanie modelov - jarný scenár.

| Dataset | Čas výpočtu (s) | |
|------------|-----------------|----------|
| | Lok. | Subst. |
| Bus 1 | 2,32 | 1,35 |
| Tbus 1 | 2,94 | 0,73 |
| Bus 5 | 9720,26 | 6,44 |
| Tbus 5 | 5080,81 | 3,01 |
| Tbus ZA | 5988,09 | 67,25 |
| Bus ZA | 15062,20 | 842,98 |
| ZA | 15589,90 | 3254,20 |
| ZA dva dni | 15594,50 | 15586,00 |

Tabuľka 5: Časové porovnanie modelov - jarný scenár.

V jarnom scenári vidíme, že úlohu bolo možné vyriešiť exaktne pomocou substituovaného modelu v stanovenom čase takmer pri všetkých datasetoch. Jedinou výnimkou je posledný teda najväčší scenár, kde je ale gap veľmi malý. Substituovaný model úlohy vo všeobecnosti dosahoval kratšie časy výpočtu.

| Dataset | Účelová funkcia (m) | | | | gap (%) | |
|------------|---------------------|-------|--------|-------|---------|--------|
| | Lok. | % | Subst. | % | Lok. | subst. |
| Bus 1 | 13912 | 34,09 | 13912 | 34,09 | 0,00 | 0,00 |
| Tbus 1 | 7685 | 44,04 | 7685 | 44,04 | 0,00 | 0,00 |
| Bus 5 | 27760 | 27,75 | 27590 | 27,75 | 10,09 | 0,01 |
| Tbus 5 | 11210 | 29,92 | 11184 | 29,85 | 5,48 | 0,02 |
| Tbus ZA | 14944 | 33,08 | 14114 | 31,24 | 17,68 | 0,01 |
| Bus ZA | 48154 | 22,99 | 46455 | 22,18 | 19,85 | 0,02 |
| ZA | 50558 | 23,78 | 47760 | 22,46 | 23,14 | 0,06 |
| ZA dva dni | 59073 | 27,78 | 49684 | 23,37 | 39,49 | 0,15 |

Tabuľka 6: Výsledky a porovnanie modelov - zimný scenár.

| Dataset | Čas výpočtu (s) | |
|------------|-----------------|----------|
| | Lok. | Subst. |
| Bus 1 | 5,62 | 0,50 |
| Tbus 1 | 3,08 | 0,90 |
| Bus 5 | 9720,90 | 9727,90 |
| Tbus 5 | 5081,00 | 5082,90 |
| Tbus ZA | 5991,20 | 5985,40 |
| Bus ZA | 15065,00 | 15063,00 |
| ZA | 15593,00 | 15598,00 |
| ZA dva dni | 15603,00 | 15600,00 |

Tabuľka 7: Časové porovnanie modelov - zimný scenár.

Zimný scenár sa ukazuje vo všeobecnosti ako náročnejší na výpočet. Exaktné riešenie bolo aj pomocou substituovaného modelu nájdené v stanovenom čase len pri dvoch najmenších úlohách.

Podľa údajov v tabuľkách 4, 5, 6 a 7 môžeme pozorovať správanie sa oboch predstavených matematických modelov pri exaktnom riešení úlohy. Oba modely dávajú relatívne dobré riešenia v danom čase. Využitie substituovanej verzie matematického modelu sa ukazuje ako výhodnejšie. Týmto spôsobom je možné dosiahnuť exaktný výsledok pri väčších úlohách. Tam, kde nie je možné nájsť exaktné riešenie v danom čase, sa ale nájdené riešenie blíži optimu. Tento trend by sa ešte prehĺbil, keby boli riešené väčšie úlohy.

3.6 Heuristické prístupy

Exaktný spôsob riešenia má ale svoje limitácie, preto sme úlohu riešili aj heuristicky. Preskúmali sme viaceré heuristiky, od jednoduchšej primárnej pažravej metódy, cez metaheuristiku Simulated Annealing až po heuristiku Kernel Search.

Simulated Annealing je metaheuristika, ktorá pracuje s jedným riešením. Vstupné riešenie je nájdené práve pažravou heuristikou. V jednotlivých iteráciách heuristiky Simulated Annealing využívame operáciu 1 - 1 výmeny na získavanie iných riešení. Táto operácia spočíva vo vyradení jedného zaradeného prvku množiny a zaradení iného z množiny nezaradených prvkov. Ak je takéto riešenie prípustné a zároveň je akceptované, tak je naň opätovne aplikovaná pažravá heuristika. Toto zabezpečuje postupné znižovanie počtu pokrytých hrán a zároveň prehľadávanie ďalších podmnožín riešení. Algoritmus končí po znížení teploty na minimum.

| Dataset | UF (m) Exakt. | UF (m) SA | Rozdiel UF (%) | Čas (s) Exakt. | Čas (s) SA |
|------------|------------------|--------------|-------------------|-------------------|---------------|
| Bus 1 | 6859 | 7008 | 2,17 | 1,35 | 0,14 |
| Tbus 1 | 4911 | 4928 | 0,35 | 0,73 | 0,22 |
| Bus 5 | 15109 | 16327 | 8,06 | 6,44 | 1,00 |
| Tbus 5 | 6655 | 7333 | 10,19 | 3,01 | 0,91 |
| Tbus ZA | 8895 | 9710 | 9,16 | 67,25 | 7,76 |
| Bus ZA | 23198 | 25607 | 10,38 | 842,98 | 6,93 |
| ZA | 24434 | 26909 | 10,13 | 3254,21 | 16,09 |
| ZA dva dni | *26976 | 28125 | 4,26 | 15585,50 | 22,41 |

Tabuľka 8: Porovnanie exaktného a SA metaheuristického prístupu - jarný scenár.

| Dataset | UF (m) Exakt. | UF (m) SA | Rozdiel UF (%) | Čas (s) Exakt. | Čas (s) SA |
|------------|------------------|--------------|-------------------|-------------------|---------------|
| Bus 1 | 13912 | 14811 | 6,46 | 0,50 | 0,10 |
| Tbus 1 | 7685 | 7755 | 0,91 | 0,90 | 0,20 |
| Bus 5 | *27590 | 30376 | 10,10 | 9727,90 | 0,90 |
| Tbus 5 | *11184 | 12573 | 12,42 | 5082,86 | 0,77 |
| Tbus ZA | *14114 | 15075 | 6,81 | 5985,44 | 8,31 |
| Bus ZA | *46455 | 49392 | 6,32 | 15063,40 | 6,16 |
| ZA | *47760 | 50339 | 5,40 | 155980 | 16,61 |
| ZA dva dni | *49684 | 51269 | 3,19 | 15600,40 | 21,15 |

Tabuľka 9: Porovnanie exaktného a SA metaheuristického prístupu - zimný scenár.

Tabuľky 8 a 9 obsahujú výsledky najlepšieho z 10 behov optimalizácie datasetov pomocou Simulated Annealing. To z dôvodu, že metaheuristika je ovplyvnená náhodou. Výsledky získané heuristicky následne porovnávame s výsledkami získanými exaktným prístupom pomocou substituovaného modelu.

Využitie metaheuristiky Simulated Annealing, na riešenie úlohy rozmiestňovania nabíjajúcich úsekov, je jedným z možných prístupov. Prezentované riešenia ukazujú, že metaheuristika umožňuje v krátkom čase nájsť prípustné riešenia úlohy. To ako blízko optima sa výsledné riešenie nachádza závisí od datasetu a rovnako aj od kvality vstupného riešenia.

Kernel Search je heuristika, ktorú je možné využiť na riešenie rôznych úloh lineárneho programovania. Ako základ sme zvolili substituovaný model úlohy. Najprv bola vyriešená LP relaxácia úlohy, čím sme získali prvé prípustné riešenie. Následne bolo vytvorené jadro a postupnosť skupín premenných. Počet skupín závisí od rozsahu úlohy. Algoritmus pokračuje riešením úlohy s jadrom. V zlepšovacej fáze je úloha riešená postupne aj s premennými, ktoré sa nachádzajú v skupinách. Podľa potreby sa jadro upravuje.

Tabuľky 10 a 11 obsahujú výsledky optimalizácie datasetov a porovnanie exaktného prístupu s heuristikou Kernel Search. Rovnako ako pri predošlých heuristikách tabuľky delíme podľa scenárov. V prvom stĺpci sa nachádza názov datasetu. Potom nasleduje hodnota účelovej funkcie. Pri exaktnom prístupe sú označené niektoré hodnoty znakom "*" . V týchto prípadoch sa nejedná o optimálne riešenie, ale o najlepšie nájdené riešenie v stanovenom čase. Tabuľky následne pokračujú stĺpcom, ktorý obsahuje rozdiel medzi nájdenými hodnotami účelovej funkcie v percentách. Posledné dva stĺpce sú venované porovnaniu času výpočtov úlohy pomocou zvolených prístupov [8].

Podľa výsledkov v tabuľkách 10 a 11 môžeme pozorovať isté trendy. Pri malých úlohách nie je zásadný rozdiel v tom, či použijeme heuristiku alebo exaktný spôsob riešenia úlohy. Vo väčšine prípadov bolo optimálne riešenie nájdené použitím oboch spôsobov. Pri väčších úlohách vidíme, že exaktným prístupom nebolo možné nájsť optimálne riešenia úloh. Z predošlých výsledkom ale vieme, že tieto riešenia sú blízko optima. V týchto prípadoch využitie heuristiky síce nájde o málo horšie riešenia, ale skrátí sa potrebný čas na ich nájdenie. Predpokladáme, že pri väčších úlohách by boli tieto trendy ešte výraznejšie [8].

| Dataset | UF (m) Exakt. | UF (m) KS | Rozdiel UF (%) | Čas (s) exakt. | Čas (s) KS |
|------------|------------------|--------------|-------------------|-------------------|---------------|
| Bus 1 | 6859 | 6859 | 0,00 | 1,35 | 0,33 |
| Tbus 1 | 4911 | 4911 | 0,00 | 0,73 | 0,39 |
| Bus 5 | 15109 | 15112 | 0,02 | 6,44 | 9,41 |
| Tbus 5 | 6655 | 6655 | 0,00 | 3,01 | 3,10 |
| Tbus ZA | 8895 | 8895 | 0,00 | 67,25 | 640,64 |
| Bus ZA | 23198 | 23214 | 0,07 | 842,98 | 783,47 |
| ZA | 24434 | 24437 | 0,01 | 3254,21 | 1558,66 |
| ZA dva dni | *26976 | 26993 | 0,06 | 15585,50 | 2124,75 |

Tabuľka 10: Výsledky a porovnanie exaktného a heuristického prístupu - jar.

| Dataset | UF (m) Exakt. | UF (m) KS | Rozdiel UF (%) | Čas (s) exakt. | Čas (s) KS |
|------------|------------------|--------------|-------------------|-------------------|---------------|
| Bus 1 | 13912 | 13912 | 0,00 | 0,50 | 0,66 |
| Tbus 1 | 7685 | 7685 | 0,00 | 0,90 | 0,76 |
| Bus 5 | *27590 | 27599 | 0,03 | 9727,90 | 547,52 |
| Tbus 5 | *11184 | 11184 | 0,00 | 5082,86 | 600,72 |
| Tbus ZA | *14114 | 14114 | 0,00 | 5985,44 | 611,87 |
| Bus ZA | *46455 | 46599 | 0,31 | 15063,40 | 1647,30 |
| ZA | *47760 | 47860 | 0,21 | 15598,00 | 1814,03 |
| ZA dva dni | *49684 | 49967 | 0,57 | 15600,40 | 1827,18 |

Tabuľka 11: Výsledky a porovnanie exaktného a heuristického prístupu - zima.

3.7 Robustnosť riešení

Vo všeobecnosti sa pri overovaní robustnosti riešení vychádza z faktu, že podmienky nie sú vždy jednoznačné. Preto je potrebné rátať s tým, že môže nastať najhorší scenár. Za robustné riešenie môže byť považované také, pri ktorom systém funguje aj v prípade, že takýto scenár nastane [6].

Na overenie robustnosti riešenia je vo všeobecnosti možné použiť napríklad simulačný model. V našom prípade sme sa rozhodli použiť veľmi zjednodušený model, ktorý bude overovať kvalitu dosiahnutých riešení pri doplnení niektorých ďalších parametrov na cestnej sieti, ako je napríklad sklon úseku, čo môže výrazným spôsobom ovplyvniť spotrebu energie na prekonanie takéhoto úseku. Na sieti mesta Žilina sme vybrali tie úseky, ktoré majú najvýraznejšie stúpanie. Pre tieto úseky sme testovali dve rôz-

ne úrovne zvýšenia spotreby energie. A to pri väčšom zvýšení spotreby o 0,0013 kWh/m respektíve pri menšom zvýšení o 0,00065 kWh/m.

Postup overenia robustnosti zjednodušeným modelom bol taký, že sme na upravenej cestnej sieti postupne testovali jednotlivé turnusy a sledovali sme, prípadný pokles stavu nabitia batérie pod minimálnu prípustnú úroveň. Ak k takejto situácii došlo, daný turnus nie je prípustným. Zároveň sme vyhodnocovali aj dĺžku časti turnusu, ktorá je neprípustná.

V tabuľkách 12, 13, 14 a 15 sa nachádzajú výsledky experimentov. Tabuľky začínajú stĺpcom s názvom datasetu a hodnotou účelovej funkcie, ktorú sme získali exaktným výpočtom pomocou substituovaného lokačného modelu úlohy. Ďalšie dva stĺpce tabuliek obsahujú počet prípustných respektíve neprípustných turnusov. V posledných stĺpcoch tabuliek uvádzame priemer neprípustných častí turnusov a aj maximálnu hodnotu.

| Dataset | UF (m) Exakt. | Prípustné turnusy | Nepripustné turnusy | Priem. č. turnusu pod b. 0 | Max. č. turnusu pod b. 0 |
|---------|------------------|----------------------|------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Bus 1 | 6859 | 0 | 1 | 27,96 | 27,96 |
| Tbus 1 | 4911 | 0 | 1 | 10,08 | 10,08 |
| Bus 5 | 15109 | 4 | 1 | 2,66 | 13,29 |
| Tbus 5 | 6655 | 2 | 3 | 12,92 | 39,97 |
| Tbus ZA | 8895 | 15 | 15 | 9,01 | 54,67 |
| Bus ZA | 23198 | 23 | 7 | 8,70 | 77,79 |
| ZA | 24434 | 40 | 20 | 6,48 | 77,00 |

Tabuľka 12: Test robustnosti riešení pri zvýšení spotreby v stúpaní o hodnotu 0.0013 kWh/m - jarný scenár.

| Dataset | UF (m) Exakt. | Prípustné turnusy | Nepripustné turnusy | Priem. č. turnusu pod b. 0 | Max. č. turnusu pod b. 0 |
|---------|------------------|----------------------|------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Bus 1 | 6859 | 0 | 1 | 23,36 | 23,36 |
| Tbus 1 | 4911 | 0 | 1 | 4,07 | 4,07 |
| Bus 5 | 15109 | 4 | 1 | 1,53 | 7,64 |
| Tbus 5 | 6655 | 2 | 3 | 6,17 | 21,59 |
| Tbus ZA | 8895 | 21 | 9 | 4,30 | 35,34 |
| Bus ZA | 23198 | 23 | 7 | 4,84 | 63,74 |
| ZA | 24434 | 47 | 13 | 2,84 | 62,40 |

Tabuľka 13: Test robustnosti riešení pri zvýšení spotreby v stúpaní o hodnotu 0.00065 kWh/m - jarný scenár.

| Dataset | UF (m) Exakt. | Prípustné turnusy | Nepripustné turnusy | Priem. č. turnusu pod b. 0 | Max. č. turnusu pod b. 0 |
|---------|------------------|----------------------|------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Bus 1 | 13912 | 0 | 1 | 28,26 | 28,26 |
| Tbus 1 | 7685 | 0 | 1 | 32,65 | 32,65 |
| Bus 5 | 27590 | 4 | 1 | 1,5 | 7,5 |
| Tbus 5 | 11184 | 0 | 5 | 18,86 | 40,08 |
| Tbus ZA | 14114 | 11 | 19 | 10,6 | 52,25 |
| Bus ZA | 46455 | 23 | 7 | 11,04 | 86,11 |
| ZA | 47760 | 45 | 15 | 7,86 | 84,54 |

Tabuľka 14: Test robustnosti riešení pri zvýšení spotreby v stúpaní o hodnotu 0.0013 kWh/m - zimný scenár.

| Dataset | UF (m) Exakt. | Prípustné turnusy | Nepripustné turnusy | Priem. č. turnusu pod b. 0 | Max. č. turnusu pod b. 0 |
|---------|------------------|----------------------|------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Bus 1 | 13912 | 0 | 1 | 9,61 | 9,61 |
| Tbus 1 | 7685 | 0 | 1 | 20,05 | 20,05 |
| Bus 5 | 27590 | 4 | 1 | 1,03 | 5,13 |
| Tbus 5 | 11184 | 0 | 5 | 6,13 | 10,04 |
| Tbus ZA | 14114 | 17 | 13 | 2,62 | 23,67 |
| Bus ZA | 46455 | 24 | 6 | 4,75 | 36,94 |
| ZA | 47760 | 47 | 13 | 2,64 | 43,47 |

Tabuľka 15: Test robustnosti riešení pri zvýšení spotreby v stúpaní o hodnotu 0.00065 kWh/m - zimný scenár.

Na základe vykonaných experimentov sme zistili, že na zmenu parametrov v cestnej sieti sú viac citlivé výsledky s použitým jarným scenárom. Je to spôsobené tým, že v rámci tohto scenára je vo všeobecnosti vybudovaných menej úsekov trolejového vedenia, čo má za následok viac neprípustných scenárov pri overovaní robustnosti takýchto riešení.

V praxi by takýto prepočet mohol byť použitý, okrem stúpaní, napríklad aj pri úsekoch v cestnej sieti, na ktorých môžu vznikať zápchy. Týmto spôsobom je možné identifikovať turnusy, v ktorých hrozí strata energie. Na tieto turnusy môžu byť nasadené vozidlá s väčšou batériou, prípadne môže byť posilnená samotná sieť trolejových vedení.

4 Záver

Predstavená dizertačná práca sa zameriava na riešenie úlohy vytvorenia minimálnej siete trolejového vedenia, ktorá by bola dostatočná na prevádzku a nabíjanie parciálnych trolejbusov. Jedná sa teda o umiestňovaciu úlohu na hranách dopravnej siete.

Prvým cieľom práce bola formulácia matematického modelu úlohy. Riešenie úlohu sme popísali viacerými matematickými modelmi, ktoré sme overili experimentami na reálnej dopravnej sieti mesta Žilina. Úlohy použité na overenie rozsahu riešiteľnosti boli rôzneho rozsahu. Týmto sme získali spôsob, ako danú úlohu riešiť exaktne, pomocou prostriedkov matematického programovania.

Následne sme zvolili a implementovali základnú heuristiku, heuristický algoritmus Kernel Search a metaheuristiku Simulated Annealing. Tieto algoritmy boli rovnako testované na dostupných dátach rôzneho rozsahu. Ich výkonnosť a vlastnosti sme porovnali s najlepším z predstavených matematických modelov úlohy.

Nakoniec sme predstavili zovšeobecnený model úlohy, pomocou ktorého dokážeme lepšie zohľadniť aktuálny stav infraštruktúry. Výhodou modelu je, že umožňuje rozdeliť hrany na množiny, podľa toho, či už daná hrana je pokrytá vedením, vedenie nemôže byť postavené, alebo na hrane je možná výstavba. Funkčnosť modelu sme dokázali riešením testovacích úloh.

Na záver sme overili robustnosť riešení pomocou zjednodušeného modelu, v ktorom sme menili parametre niektorých úsekov siete. Výsledky sme porovnávali s výsledkami dosiahnutými pomocou exaktných modelov. Na základe vykonaných experimentov sme dospeli k záveru, že na zmenu parametrov v cestnej sieti sú viac citlivé výsledky s použitým jarným scenárom.

Z týchto dôvodov považujeme ciele dizertačnej práce za splnené. Téma výskumu efektívnych algoritmov pre návrh siete nabíjacej infraštruktúry elektro-vozidiel vo verejnej doprave je zaujímavá. Danú tému sme ale považovali za nedostatočne preskúmanú. Preto táto dizertačná práca a jej čiastkové výsledky publikované vo vedeckých článkoch, vhodne dopĺňajú poznatky o riešení podobných úloh. Je prepojením informatiky, špecificky oblasti návrhu optimalizačných algoritmov s problematikou nasadzovania moderných a ekologických alternatív v hromadnej doprave. Výsledky dizertačnej práce môžu pomôcť pri návrhu riešení, ktoré budú mať potenciál následného využitia pri plánovaní výstavby trolejových vedení pre parciálne trolejbusy. Predpokladáme, že záujem o nasadzovanie parciálnych trolejbusov v hromadnej doprave bude narastať [7], [9].

Publikácie

- [1] GRYGAR, Dobroslav. Exaktný prístup na návrh minimálnej siete prepravádzku a nabíjanie parciálnych trolejbusov. Využitie kvantitatívnych metód vo vedeckovýskumnej činnosti a v praxi XIII, Zuberec. 2019. ISBN:978-80-225-6417-1.
- [2] GRYGAR, Dobroslav; FABRICIUS, René. An Efficient Adjustment of Genetic Algorithm for Pareto Front Determination. *Transportation Research Procedia*. 2019, roč. 40, s. 1335–1342. issn 2352-1465. TRANSCOM 2019 13th International Scientific Conference on Sustainable, Modern and Safe Transport.
- [3] GRYGAR, Dobroslav; JANACEK, Jaroslav; KOHÁNI, Michal; FABRICIUS, Rene. Two objective public service system design problem. *COMMUNICATIONS – Scientific Letters of the University of Žilina*. 2021. V tlači.
- [4] GRYGAR, Dobroslav; JÁNOŠÍKOVÁ, Ludmila; JANKOVIČ, Peter; KOHÁNI, Michal. Kernel Search for Overhead Wires Network Planning for Batteryassisted Trolleybuses. *Transportation Research Procedia*. 2021. TRANSCOM 2021 14th International Scientific Conference on Sustainable, Modern and Safe Transport, V tlači.
- [5] GRYGAR, Dobroslav; KOHÁNI, Michal. Covering of the Battery As-sisted Trolleybus Fleet Schedules by Minimal Overhead Wires Network. *The 13th International Conference on Multiple Objective Programming and Goal Programming (MOPGP)*, Marrakech, Morocco. 2019.
- [6] GRYGAR, Dobroslav; KOHÁNI, Michal. Data conversion and exact approach to overhead wires network minimisation for the battery assisted trolleybus fleet. *The 15th International Symposium on Operations Research in Slovenia | 25th – 27th September 2019, Bled, Slovenia*. 2019.
- [7] GRYGAR, Dobroslav; KOHÁNI, Michal. Generalized Location-based Linear Model for Overhead Wires Network Planning for Battery-assisted Trolleybuses. *INES, IEEE 25th International Conference on Intelligent Engineering Systems*. 2021. Podané.
- [8] GRYGAR, Dobroslav; KOHÁNI, Michal. Linear model adjustment and approximate approach for creating minimal overhead wires ne-

network for vehicle schedules. ICORES 2020 - Proceedings of the 9th International Conference on Operations Research and Enterprise Systems, Pages 187--193. 2020. Faculty of Management Science and Informatics, University of Zilina, Slovakia.

- [9] GRYGAR, Dobroslav; KOHÁNI, Michal; ŠTEFÚN, Rastislav; DRGOŇA, Peter. Analysis of limiting factors of battery assisted trolleybuses. *Transportation Research Procedia*. 2019, roč. 40, s. 229–235. issn 2352--1465. TRANSCOM 2019 13th International Scientific Conference on Sustainable, Modern and Safe Transport.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Bartłomiejczyk, M.: Practical application of in motion charging: Trolley-buses service on bus lines. *2017 18th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE)*, 2017: pp. 1--6, doi:10.1109/EPE.2017.7967239.
- [2] Bartłomiejczyk, M.; Stýskala, V.; Hrbac, R.; et al.: Trolleybus with traction batteries for autonomous running. 09 2013.
- [3] Ben-Tal, A.; Nemirovski, A.: Robust solutions of uncertain linear programs. *Operations Research Letters*, volume 25, no. 1, 1999: pp. 1--13, ISSN 0167-6377.
- [4] Bergk, F.; Biemann, K.; Lambrecht, U.; et al.: Potential of In-Motion Charging Buses for the Electrification of Urban Bus Lines. *Journal of Earth Sciences and Geotechnical Engineering*, volume 6, 2016: pp. 347--362, ISSN 1792-9040, scienpress Ltd.
- [5] DPMŽ: spoločnosti: Dopravný podnik mesta Žiliny s.r.o. <http://www.dpmz.sk/o-spolocnosti/>, 2016, [online cit. 19.12.2020].
- [6] Goberna, M.; Jeyakumar, V.; Li, G.; et al.: Robust solutions to multi-objective linear programs with uncertain data. *European Journal of Operational Research*, volume 242, no. 3, 2015: pp. 730--743, ISSN 0377-2217.
- [7] Grygar, D.: Exaktný prístup na návrh minimálnej siete pre prevádzku a nabíjanie parciálnych trolejbusov. *Využitie kvantitatívnych metód vo vedeckovo-výskumnej činnosti a v praxi XIII, Zuberec*, 2019, iISBN: 978-80-225-6417-1.
- [8] Grygar, D.; Ludmila Jánošíková; Jankovič, P.; et al.: Kernel Search for Overhead Wires Network Planning for Battery-assisted Trolleybuses. *Transportation Research Procedia*, 2021, tRANSCOM 2021 14th International Scientific Conference on Sustainable, Modern and Safe Transport, V tlači.
- [9] Grygar, D.; Koháni, M.: Covering of the Battery Assisted Trolleybus Fleet Schedules by Minimal Overhead Wires Network. *The 13th International Conference on Multiple Objective Programming and Goal Programming (MOPGP), Marrakech, Morocco*, 2019.
- [10] Grygar, D.; Koháni, M.: Data conversion and exact approach to overhead wires network minimisation for the battery assisted trolleybus fleet. *The 15th International Symposium on Operations Research in Slovenia | 25th – 27th September 2019, Bled, Slovenia*, 2019.
- [11] Guastaroba, G.; Savelsbergh, M.; Speranza, M.: Adaptive Kernel Search: A heuristic for solving Mixed Integer linear Programs. *European Journal of Operational Research*, volume 263, no. 3, 2017: pp. 789 – 804, ISSN 0377-2217.

- [12] Guastaroba, G.; Speranza, M.: A heuristic for BILP problems: The Single Source Capacitated Facility Location Problem. *European Journal of Operational Research*, volume 238, no. 2, 2014: pp. 438 – 450, ISSN 0377-2217.
- [13] Göhlich, D.; Kunith, A.; Ly, T.: Technology Assessment Of An Electric Urban Bus System For Berlin. *WIT Transactions on The Built Environment*, volume 138, 2014: p. 13, 20th International Conference on Urban Transport and the Environment, Portugal.
- [14] He, F.; Chen, Z.; Yin, Y.: Optimal deployment of charging lanes for electric vehicles in transportation networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, volume 91, 2016: pp. 344 – 365, ISSN 0191-2615.
- [15] Ineichen, Y.; Chernoskutov, M.; Bekas, C.: Heuristic Algorithm for Approximation Betweenness Centrality Using Graph Coarsening. *Procedia Computer Science*, volume 66, 2015: pp. 83 – 92, ISSN 1877-0509, doi:<https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.11.011>, 4th International Young Scientist Conference on Computational Science.
- [16] Janáčček, J.: Prezentácia pre študentov predmetu: Metaheuristiky. *Fakulta riadenia a informatiky, Žilinská univerzita, Katedra matematických metód a operačnej analýzy*, 2019.
- [17] Janáčček, J.; Koháni, M.; Szendreyová, A.; et al.: *Diskrétna optimalizácia*. EDIS vydavateľstvo Žilinskej univerzity, 2015, fakulta riadenia a informatiky, Žilinská univerzita, Katedra matematických metód a operačnej analýzy.
- [18] Jenkins, J.: A closer look at energy consumption in EVs. *CHARGED, Electric Vehicles Magazine, under Features, Tech Features*, 2018, <https://chargedevs.com/features/a-closer-look-at-energy-consumption-in-evs/> [online cit. 23.08.2019].
- [19] Ludmila Jánošíková: Prezentácia z predmetu Modelovanie a optimalizácia - Metóda vetiev a hraníc (Branch and Bound Method) na riešenie úloh celočíselného lineárneho programovania. *FRI, ZU, KMMOA*, 2009.
- [20] Ludmila Jánošíková; Jankovič, P.: Emergency Medical System Design Using Kernel Search. 2018.
- [21] Kharchenko, V.; Kostenko, I.; Liubarskyi, B.; et al.: Simulating the traction electric drive operation of a trolleybus equipped with mixed excitation motors and a DC-DC converter. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, volume 3, 06 2020: pp. 46–54, doi:10.15587/1729-4061.2020.205288.
- [22] Koháni, M.: Implementácia optimalizačných algoritmov - Prednáška č.2. Prezenrácia pre študentov FRI, 2013, fakulta riadenia a informatiky ŽU.
- [23] Kunith, A.; Mendelevitch, R.; Goehlich, D.: Electrification of a city bus network—An optimization model for cost-effective placing of charging infrastructure and battery sizing of fast-charging electric bus systems. *International Journal of Sustainable Transportation*, volume 11, no. 10, 2017: pp. 707–720.

- [24] Mašurik, M.: *Heuristiky a metaheuristiky*. Bakalárska práca, Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra informatiky, Bratislava, Slovenská republika, 2015.
- [25] Montoya, A.; Guéret, C.; Mendoza, J. E.; et al.: The electric vehicle routing problem with nonlinear charging function. *Transportation Research Part B: Methodological*, volume 103, 2017: pp. 87 – 110, ISSN 0191-2615, green Urban Transportation.
- [26] Reeves, C. R.: *Genetic Algorithms. In: Handbook of Metaheuristics*. Springer, New York, Dordrecht, Heidelberg, London, sec. edition, 2010, ed. Gen-dreau, M., Potvin, J.Y.
- [27] Rice, D.; Söderholm, T.; Mortensen, O. W.: Trolleybus Extension to Laksevåg. *Teknisk Forprosjekt*, 2017, hordaland Fykeskommune.
- [28] Ritter, A.; Elbert, P.; Onder, C.: Energy Saving Potential of a Battery-Assisted Fleet of Trolley Buses. *IFAC-PapersOnLine*, volume 49, no. 11, 2016: pp. 377 – 384, ISSN 2405-8963, 8th IFAC Symposium on Advances in Automotive Control AAC 2016.
- [29] Rogge, M.; Wollny, S.; Sauer, D. U.: Fast Charging Battery Buses for the Electrification of Urban Public Transport—A Feasibility Study Focusing on Charging Infrastructure and Energy Storage Requirements. *Energies*, volume 8, no. 5, 2015: pp. 4587–4606, ISSN 1996-1073.
- [30] Ulrychová, B.: *Simplexová metoda řešení jednoduchých optimalizačních úloh*. Bakalárska práca, Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta pedagogická, Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy, Plzeň, Česká republika, 2015.
- [31] Ushijima-Mwesigwa, H.; Khan, M. Z.; Chowdhury, M. A.; et al.: Optimal Installation for Electric Vehicle Wireless Charging Lanes. *Clemson University, Clemson SC, USA*, 2017, school of Computing, Department of Civil Engineering.
- [32] bo Wang, J.; Liu, K.; Yamamoto, T.; et al.: Improving Estimation Accuracy for Electric Vehicle Energy Consumption Considering the Effects of Ambient Temperature. *Energy Procedia*, volume 105, 2017: pp. 2904 – 2909, ISSN 1876-6102, 8th International Conference on Applied Energy, ICAE2016, 8-11 October 2016, Beijing, China.
- [33] Xylia, M.; Leduc, S.; Patrizio, P.; et al.: Locating charging infrastructure for electric buses in Stockholm. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, volume 78, 2017: pp. 183 – 200, ISSN 0968-090X.
- [34] Yang, S. C.; Li, M.; Lin, Y.; et al.: Electric vehicle’s electricity consumption on a road with different slope. *Physica A Statistical Mechanics and its Applications*, volume 402, May 2014: pp. 41--48, doi:10.1016/j.physa.2014.01.062.